

## ЦОД ФТШ, 7 класс, 2021-22: Докажем по индукции, что ЦОД понял индукцию...

---

0. Разложите на множители  $(2x - 0,5y)^5$ .
1. Примените формулу бинома в выражении  $(2x - 0,5y)^5$ .
2. С помощью бинома докажите, что  $\sum_{i=0}^n (-1)^i C_n^i = 0$ .
3. Из квадрата  $16 \times 16$  клеток вырезали одну клетку. Докажите, что полученную фигуру можно разрезать на уголки из трех клеток.
4. Докажите, что  $5^n + 28n - 1$  делится на 16 для любого натурального  $n$ .
5. А) Разложите на множители многочлен  $x^5 - 1$ .  
Б) Докажите  $\forall n \in \mathbb{N}$ , что

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{x^{n+1} - 1}{x - 1}.$$

6. Плоскость поделена на области несколькими прямыми. Докажите, что области можно раскрасить в два цвета так, чтобы любые две соседние были разных цветов (как принято говорить, «шахматная раскраска»).
7. Пусть дана числовая последовательность  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  такая, что  $a_i = a_{i-1} + d$ , где  $d - \text{const}$ . Докажите, что  $a_i = a_1 + d \cdot (i - 1) \forall n \in \mathbb{N}$ .