

Рейтинг 4 – финишная прямая

Математические войны: Истории. «Множества-один»

- 1) Ученики 7 класса решали две задачи. В конце занятия учитель составил четыре списка:
I – решивших первую задачу, II – решивших только одну задачу,
III – решивших по крайней мере одну задачу, IV – решивших обе задачи.
А) Какой из списков самый длинный?
Б) Могут ли два списка совпадать по составу? Если да, то какие?
- 2) Нарисуйте диаграмму Эйлера-Венна для множеств A, B, C, D таких, что если какой-то элемент принадлежит двум из них, то и оставшимся тоже. Укажите все возможные варианты!
Примечание: если две диаграммы отличаются друг от друга только расстановкой букв. множеств, считайте их одним вариантом.
- 3) На занятии мы с вами вывели формулу «включений-исключений» для двух и трех множеств. А теперь попробуйте написать ее
А) для 4 множеств A, B, C, D ;
Б) для 5 множеств A, B, C, D, E ;
В) для произвольного натурального числа n множеств $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$.
- 4) ПД провел социальный опрос и выяснил про учеников одной из своих групп, что 25 из них играют в шахматы, 30 были в математическом лагере, 28 становились победителями различных олимпиад; среди призеров олимпиад 18 играют в шахматы и 17 были в математическом лагере; 16 учеников играют в шахматы и были в математическом лагере, притом среди них 15 еще и побеждали в олимпиадах. Также ПД утверждает, что всего в этой группе 45 учеников. Не врет ли он?
- 5) В группе из 50 ребят некоторые знают все буквы, кроме «р», которую просто пропускают при письме, а остальные знают все буквы, кроме «к», которую тоже пропускают. Однажды учитель попросил 10 учеников написать слово «кот», 18 других учеников – слово «рот», а остальных – слово «крот». При этом слова «кот» и «рот» оказались написанными по 15 раз. Сколько ребят написали свое слово верно?
- 6) Три выпускника ФТШ, готовясь к поступлению в институт, решили вместе 90 задач. При этом каждый решил 60 задач. Задачи были легкими, средними и трудными. Легкая задача – это задача, которую решили все трое, средняя – та, которую решили ровно двое, а трудная – та, которую решил только один из них.
А) Каких задач было больше: легких или трудных?
Б) Что вы можете сказать о числе средних задач?
- 7) Если дополнение есть у любого множества, то чему равно $\bar{\emptyset}$?