## Счетно ли то бессчетное количество задач про несчетные множества?

1) Докажите, что множество, содержащее все бесконечные последовательности из нулей и единиц (обозначим его $\{0,1\}^{\mathbb{N}}$) несчетно.

2) Счетно ли:

   А) $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$; Б) $\mathbb{N}\times\mathbb{N}\times\mathbb{N}$?

3) В тридевятом царстве любое множество подданных образует тайное общество. Однажды каждый подданный донес ровно на одно тайное общество. Докажите, что есть «супертайное» общество – такое, на которое никто не донес.

   **Примечание:** *возможно, население государства бесконечно!*

4) Обозначим $P_A$ множество всех подмножеств множества $A$.

   А) Найдите $|P_A|$, если $|A| = n$. Б) Докажите, что $|P_{\mathbb{N}}| > |\mathbb{N}|$.

5*) У Деда Мороза есть конфеты, пронумерованные натуральными числами. В 23:00 Дед Мороз положил под елку конфеты с номерами от 1 до 10. В 23:30 он положил конфеты от 11 до 30 и забрал конфету 1. В 23:45 положил конфеты от 31 до 70 и забрал конфету 2, и так далее (каждое очередное действие вдвое ближе к полуночи, кладется вдвое больше конфет, забирается одна). Сколько конфет будет под елкой в полночь?