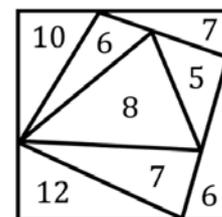


Летний чистовик по математике

1) Квадрат $ABCD$ разрезали на треугольники и внутри каждого из них написали его периметр (см. рисунок). Найдите сторону квадрата $ABCD$.



2) Рассмотрим ряд простых чисел, начиная с тройки: 3, 5, 7, 11, 13, 17, ... Докажите, что сумма любых двух соседних чисел в этом ряду раскладывается не менее чем на

А) два простых множителя; Б) три простых множителя.

3) Ане, Тане, Даше и Маше выдали по 3000 бусинок. Каждая бусинка белого или черного цвета. Причем у Тани белых бусинок было вдвое больше, чем у Ани, а у Маши – вдвое больше, чем у Даши. У Даши черных бусинок было вдвое больше, чем у Тани, а у Ани вдвое больше, чем у Маши. Сколько белых бусинок было у каждой из девочек?

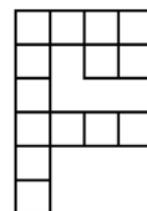
4) Дано 8 различных натуральных чисел, не больших 15. Докажите, что среди их положительных попарных разностей есть три одинаковых.

5) Куб составлен из 8 одинаковых бумажных кубиков, в каждом из которых лежит карточка. На каждой карточке написано одно из чисел 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4. При этом в соседних по грани кубиках числа имеют разный знак и разную абсолютную величину. Знайка и Незнайка по очереди вскрывают один из бумажных кубиков и смотрят на лежащую внутри карточку. Выиграет тот, после чьего хода можно точно установить, какая карточка лежит в каждом из оставшихся кубиков. Кто выиграет при правильной игре, если Знайка ходит первым?

6) Найдите все такие четырехзначные числа \overline{abcd} , что $\overline{abcd} = 78 \times (\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{cd})$ (одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, разные буквы тоже могут обозначать одинаковые цифры).

7) Из листа клетчатой бумаги размером 29×29 клеток вырезали 99 квадратиков, каждый из которых состоит из 4 клеток. Докажите, что можно вырезать еще один такой же квадратик.

8) Сколькими способами можно разделить колоду из 36 карт пополам так, чтобы в каждой половине было по 2 туза?



9) Какое наибольшее число непересекающихся букв F (см. рисунок) можно вырезать из квадрата 300×300 ? Фигурки можно поворачивать и переворачивать.

10) Имеются две страны: *Обычная* и *Зазеркалье*. У каждого города в *Обычной* стране есть «двойник» в *Зазеркалье*, и наоборот. Однако если в *Обычной* стране какие-то два города соединены железной дорогой, то в *Зазеркалье* эти города не соединены, а каждые два несоединенных в *Обычной* стране города обязательно соединены железной дорогой в *Зазеркалье*. В *Обычной* стране девочка Алиса не может проехать из города A в город B , сделав менее двух пересадок. Докажите, что Алиса в *Зазеркалье* сможет проехать из любого города в любой другой, сделав не более двух пересадок.

11) В олимпиаде по математике для абитуриентов приняло участие 40 учащихся, им было предложено решить одну задачу по алгебре, одну по геометрии и одну по тригонометрии. По алгебре решили задачу 20 человек, по геометрии – 18 человек, по тригонометрии – 18 человек. По алгебре и геометрии решили 7 человек, по алгебре и тригонометрии – 9 человек. Ни одной задачи не решили 3 человека.

Сколько человек решили задачи по геометрии и тригонометрии, но не решили задачу по алгебре?

12) Число 51,2 трижды увеличивали на одно и то же число процентов, а затем трижды уменьшали на то же самое, число процентов. В результате получилось число 21,6. На сколько процентов увеличивали, а затем уменьшали это число?

13) Назовем основание системы счисления комфортным, если существует простое число, запись которого в этой системе счисления ровно по одному разу содержит каждую из ее цифр. Например, 3 – комфортное основание, так как троичное число 102 – простое. Найдите все комфортные основания, не превосходящие 10.

14) В М16 работают n агентов – 001, 002, ..., 007, ..., n . Первый агент следит за тем, кто следит за вторым, второй – за тем, кто следит за третьим, и т.д., n -й – за тем, кто следит за первым. Докажите, что n – нечетное число.

15) На пяти карточках разрезной азбуки изображены буквы «е», «е», «л», «п», «п». Случайным образом их выкладывают в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «пепел»?

До встречи осенью!