

ЦОД ФТШ, 6 класс, 2020-21: А зачем такая гео-Гebra?

1. Сумма пяти различных чисел равна 50, сумма каких-то четырёх из них равна 40, а сумма каких-то трёх равна 30. Докажите, что из этих пяти чисел можно выбрать четыре различных числа a , b , c и d так, что $a + b = c + d$.

2. Ипполит едет в автобусе и от скуки считает количество пассажиров. На первой остановке зашёл мальчик, и Ипполит записал, во сколько раз увеличилось количество пассажиров. Затем зашла женщина, и Ипполит вновь записал, во сколько раз увеличилось количество пассажиров. На 13 следующих остановках зашло по 1 человеку, и всякий раз Ипполит записывал, во сколько раз увеличилось количество пассажиров. На последней остановке зашёл класс из 20 человек и их классный руководитель, Ипполит сделал последнюю запись и вышел. Оказалось, что произведение записанных у Ипполита чисел равно 1,25. Сколько человек ехало в автобусе изначально?

3. Представители ордена являются рыцарями и лжецами. Каждый представитель ордена написал каждому другому письмо, содержащее одну из двух фраз: «Я знаю, что ты лжец» или «Я знаю, что ты рыцарь». При этом фраз первого типа оказалось 2020. Какое наименьшее число фраз могло быть второго типа?

4. На крыше здания сидели вороны. Когда пришёл хулиган Ваня и пальнул в них из рогатки, 75% ворон улетели; вместо них на крышу прилетело 80 других ворон. Тогда хулиган Ваня пальнул в них ещё раз, и 80% ворон улетело, а взамен прилетело 75 других ворон. В результате ворон на крыше оказалось меньше, чем до начала хулиганских действий Вани. Какое наименьшее число ворон могло сидеть на крыше до Ваниного прихода?

5*. Найдите все пары $(m; n)$ натуральных чисел m и n , удовлетворяющих равенству

$$\frac{m}{9} + \frac{8}{m} = n.$$