

ЗИМНИЙ ЧИСТОВИК

Требования к чистовику:

1. Каждая задача на отдельном листе в клеточку.
2. Каждое решение — не только ответ, а связный грамотный текст. Не черновик!
3. Если нужен рисунок — делаем аккуратно.
4. Сдаются все задачи вместе на первом занятии в январе.
5. Если у вас нет написанной хотя бы одной задачи к началу занятий – надо пропустить день и доделать чистовик. Но лучше написать все задачи до начала четверти.

1. Делится ли $7^{77} + 1$ на 10?
2. На двух карточках записаны четыре различные цифры – по одной с каждой стороны карточки. Может ли оказаться так, что всякое двузначное число, которое можно сложить из этих карточек, будет простым? (Нельзя переворачивать цифры вверх ногами, то есть делать из цифры 6 цифру 9 и наоборот.)
3. В клетках таблицы 3×3 расставлены числа -1, 0, 1. Докажите, что какие-то две из 8 сумм по всем строкам, всем столбцам и двум главным диагоналям будут равны.
4. Двадцать школьников решали 20 задач. Каждый школьник решил ровно 2 задачи, каждую задачу решили ровно 2 школьника. Докажите, что можно каждому школьнику поручить разобрать одну из решенных им задач, так, чтобы все задачи оказались разобранными.
5. Вершины графа пронумерованы числами от 2 до 30 и соединены ребром в том, и только том случае, если номер одной вершины делится на номер другой. Сколько компонент связности имеет этот граф?
6. В классе больше 24, но меньше 34 человек. Каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка – с пятью мальчиками. Сколько человек в классе?
7. **Физика.** Пустая литровая стеклянная банка весит 380 грамм. После того как в неё насыпали сахар (доверху), она стала весить 1 кг 230 г. Затем в этой банке сахар растопили и опять охладили до комнатной температуры, получив банку с куском карамели. Определите насыпную плотность сахара. Найдите, какую часть объёма банки занимает карамель (в процентах), если плотность карамели составляет 1580 кг/м^3 .