

1. [5 баллов]  $S$  – сумма первых 10 членов возрастающей арифметической прогрессии  $a_1, a_2, a_3, \dots$ , состоящей из целых чисел. Известно, что  $a_6 a_{12} > S + 1$ ,  $a_7 a_{11} < S + 17$ . Укажите все возможные значения  $a_1$ .

2. [5 баллов] Рассмотрим всевозможные тетраэдры  $ABCD$ , в которых  $AB = 2$ ,  $AC = CB = 5$ ,  $AD = DB = 6$ . Каждый такой тетраэдр впишем в цилиндр так, чтобы все вершины оказались на его боковой поверхности, причём ребро  $CD$  было параллельно оси цилиндра. Выберем тетраэдр, для которого радиус цилиндра – наименьший из полученных. Какие значения может принимать длина  $CD$  в таком тетраэдре?

3. [7 баллов] Пусть  $M$  – фигура на декартовой плоскости, состоящая из всех точек  $(x; y)$  таких, что существует пара вещественных чисел  $a, b$ , при которых выполняется система неравенств:

$$\begin{cases} (x - a)^2 + (y - b)^2 \leq 2, \\ a^2 + b^2 \leq \min(2a + 2b; 2). \end{cases}$$

Найдите площадь фигуры  $M$ .

4. [5 баллов] Найдите количество троек натуральных чисел  $(a, b, c)$ , удовлетворяющих системе уравнений:

$$\begin{cases} \text{НОД}(a, b, c) = 6, \\ \text{НОК}(a, b, c) = 2^{15} \cdot 3^{16}. \end{cases}$$

5. [5 баллов] Даны числа:  $\log_{\sqrt{5x-1}}(4x+1)$ ,  $\log_{4x+1}\left(\frac{x}{2}+2\right)^2$ ,  $\log_{\frac{x}{2}+2}(5x-1)$ . При каких  $x$  два из этих чисел равны, а третье меньше их на 1?

6. [7 баллов] Остроугольный треугольник  $ABC$  вписан в окружность  $\omega$  с центром  $O$ . Окружность, проходящая через точки  $A, O$  и  $C$ , пересекает отрезок  $BC$  в точке  $P$ . Касательные к  $\omega$ , проведённые через точки  $A$  и  $C$ , пересекаются в точке  $T$ . Отрезок  $TP$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $K$ . Известно, что площади треугольников  $APK$  и  $CPK$  равны соответственно 6 и 4.

А) Найдите площадь треугольника  $ABC$ .

Б) Пусть дополнительно известно, что  $\angle ABC = \arctg \frac{7}{5}$ . Найдите  $AC$ .

Полезно записать основные полезные олимпиадные идеи, придуманные в ходе решения задач в таблицу:

№ п/п	Тема	Идеи
1.	...	...
2.	...	...
...	...	...

### Заочный тур

- Проводится с октября по январь.
- Задачи вы решаете в режиме онлайн, всего 10 штук почти на 4 месяца.
- Как показывает практика, у всех участников задания заочного тура однотипные, просто с разными числами.
- Первые 6 заданий может без труда решить любой подготовленный школьник, далее идет 4 задачи посложнее (придется поломать голову). Решать все задачи вовсе не обязательно (обычно 40-50% решенных задач хватает для того, чтобы пройти на очный тур).
- Стоит отметить, что задания заочного тура на порядок сложнее заданий очного.
- Полные решения не требуются, достаточно ввести только ответы.
- Пройти на заключительный тур можно написав дистанционный отборочный тур, Выездную олимпиаду, Столичную олимпиаду, отборочный тур ЛЭТИ, олимпиаду Phystech.International или физико-математическую олимпиаду МИЭТ.
- Все туры независимы, можно участвовать сразу в нескольких.

### Очный тур

#### Формат

- На олимпиаде участникам предлагается решить 6 задач за 4 часа.
- Все задачи имеют различный вес (в зависимости от сложности).
- Задачи несложные, очень похожи на егэшные.
- Идейными могут быть только самые последние задачи.
- Первые же задачи либо на аккуратные вычисления, либо на несложные алгоритмы.
- Заключительный этап проводится в один день по всей России. Олимпиада является одной из самых массовых – только в 11 классе в прошлом году было 947 призеров и победителей по математике.

#### Оценивание

- Каждая задача имеет вес от 5 до 9 баллов.
- Задачи не всегда расположены в порядке возрастания сложности, поэтому с самого начала стоит изучить все задачи и грамотно оценить свои возможности.
- Всего за работу возможно получить 34 балла.

#### Дипломы

- Диплом призера можно получить за 13 баллов из 34.
- Диплом победителя можно было получить за 21 балл. Стоит отметить, что если вам поставили неожиданно мало баллов и вы не перешагнули предварительный порог, то обязательно стоит писать апелляцию, ибо практика показывает, что баллы часто поднимают.

### Предварительный вывод

- Уровень приоритета: высший
- Уровень контроля: средний
- Уровень сложности: средний
- Уровень олимпиады: 2 уровень