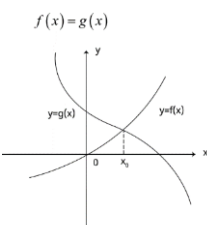
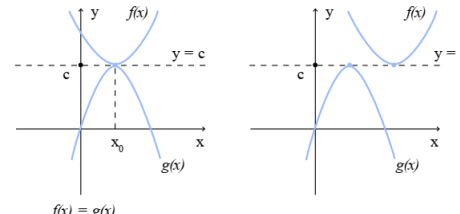
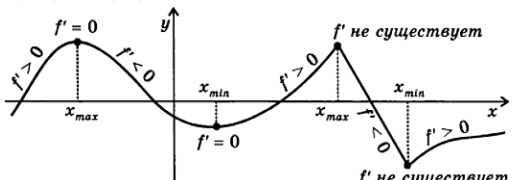


<p>Если на некотором множестве функция <math>f(x)</math> строго возрастает, а функция <math>g(x)</math> строго убывает, то уравнение вида <math>f(x) = g(x)</math> имеет не более одного корня (утверждение выполняется и в случае нестрогой монотонности одной из функций).</p>	<p>Решите уравнение <math>x^3 + 7\sqrt[3]{6x-7} + 6 = 0</math></p> 
<p>Если функция <math>f(x)</math> монотонно возрастает (убывает), то уравнение вида <math>f(x)=x</math> и <math>f(f(x))=x</math> и <math>f(f(...f(x)...) )=x</math> имеют одно и тоже множество корней.</p>	<p>Решите уравнение <math>x^3 - 7\sqrt[3]{7x-6} + 6 = 0</math></p>
<p>Если функция <math>f(x)</math> монотонно возрастает (убывает), то <math>f(a)=f(b)</math> тогда и только тогда, когда <math>a=b</math></p>	<p>Решите уравнение <math>x^9 - (2x+1)^3 - 16\sqrt[3]{2x+1} + 16x = 0</math></p>
<p>Если <math>\max f(x) = c</math> и <math>\min g(x) = c</math>, то уравнение <math>f(x) = g(x)</math> (как и неравенство <math>f(x) \leq g(x)</math>) имеет то же множество решений, что и система <math>\begin{cases} f(x) = c \\ g(x) = c \end{cases}</math></p>	<p>Решите уравнение <math>2^{x^3-1} + 2^{1-x^3} = 2 - \arccos(\sqrt[3]{x})</math></p> 
<p>Алгебраические выражения, которые не меняются при подстановке вместо переменной кого-либо алгебраического выражения от этой переменной, называется инвариантным относительно такой подстановки. Выражение <math>f(x) + f(c-x)</math> не меняется при замене <math>x</math> на <math>c-x</math>, значит инвариантно относительно замены. Выражение <math>f(x) + f\left(\frac{c}{x}\right)</math> при допустимых значениях инвариантно относительно подстановки <math>x</math> на <math>\frac{c}{x}</math>.</p>	<p>Найдите все значения параметра <math>a</math>, при каждом из которых уравнение <math>x^2 - 2a \sin(\cos x) + a^2 = 0</math> имеет единственный корень.</p> <p>Примером инвариантности является четность (нечетность), например, если функция <math>f(x)</math> является четной, то <math>f(x) = 0</math> инвариантно относительно замены <math>x</math> на <math>-x</math>.</p>
<p>Будем называть функциональными такие уравнения, где наряду с алгебраическими выражением от переменной <math>x</math> есть и неизвестное алгебраическое выражение от переменной <math>x</math>. Такие уравнения не предполагают инвариантность всего уравнения, для их решения достаточно инвариантности какой-то пары алгебраических выражений относительно некоторой замены переменных. Типичным</p>	<p>Найдите корни уравнения <math>f(x) = 31</math>, если <math>x \neq 0</math> и <math>2f(x) + f\left(\frac{4}{x}\right) = 6x</math>.</p>

<p>примером такого уравнения является следующее: <math>r \cdot f(x) + q \cdot f(c-x) = p(x)</math>. Поскольку <math>f(x)</math> и <math>f(c-x)</math> инвариантны относительно замены <math>x</math> на <math>c-x</math>, то можно получить еще одно уравнение <math>r \cdot f(c-x) + q \cdot f(x) = p(c-x)</math> и рассматривать исходное уравнение как систему из этих двух уравнений.</p>	
<p>Применение производной для исследования функции.</p> <div style="text-align: center;"> <p><b>МОНОТОННОСТЬ    ЭКСТРЕМУМЫ</b></p>  </div> <p><i>Замечание.</i> Приведенные условия являются только достаточными условиями монотонности, но не являются необходимыми. Например, функция <math>y = x^3</math> возрастает во всей области определения, хотя ее производная <math>y' = 3x^2</math> обращается в нуль при <math>x = 0</math>.</p>	<p>Решите уравнение</p> $x^2 + \frac{3\sqrt{3}}{1 + \sqrt{x^4 - 8x^3 + 16x^2 + 1}} = 4x$

Задачи для самостоятельного решения:

1. Решите уравнение

$$\sqrt{2x(x-2)+3} + 2\sqrt[3]{3x(x-2)+4} + \dots + (n-1)\sqrt[n]{nx(x-2)+n+1} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2x(x-2)+3}} + \frac{2}{\sqrt[3]{3x(x-2)+4}} + \dots + \frac{n-1}{\sqrt[n]{nx(x-2)+n+1}}$$

2. Решите уравнение  $1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^8}}}} = \frac{1}{x^{16}}$

3. Найдите значение параметра  $a$ , при котором уравнение

$$x^{2022} - 2x^{2024} + x^4 - 2x^2 + 3 = 2a + \cos 3x \text{ имеет нечетное число различных решений.}$$

4. Известно, что числа  $a, b, c, d$  – положительные, а сумма всех действительных корней уравнений  $ax^{321} + bx^{300} + cx^{100} + d = 0$  и  $dx^{321} + cx^{221} + bx^{21} + a = 0$  равна  $-2,9$ . Найдите эти корни.

Домашнее задание:

1. Решите уравнение  $4 \sin 3x + 3 \cos 4x = 7$
2. Найдите все интервалы вида  $(k; k+1)$ , где  $k$  – целое число, содержащее нули

$$\text{функции } f(x) = \left( (x^3 - 1) - 1 \right)^3 - 1$$

3. Найдите все значение параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\sin^{14} x + (a - 3 \sin x)^7 + \sin^2 x + a = 3 \sin x$  имеет хотя бы один корень.
4. В течение одной рабочей недели цена на нефть менялась каждый день на одно и то же число процентов  $a$  ( $1 \leq a \leq 50$ ) по сравнению с предыдущей ценой, причем в понедельник и среду она уменьшалась, а во вторник, четверг и пятницу — увеличивалась. Могла ли к субботе цена на нефть увеличиться на 11% по сравнению с первоначальной ценой?