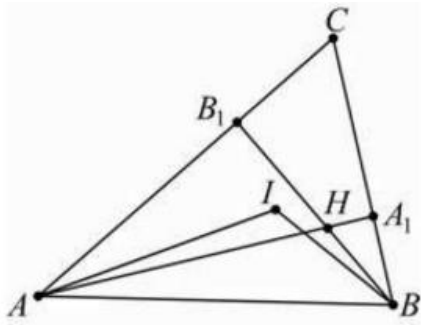
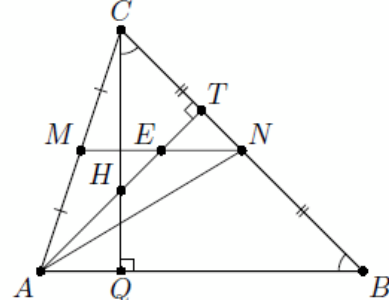
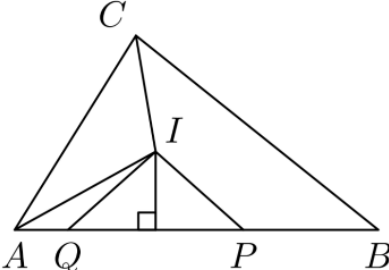
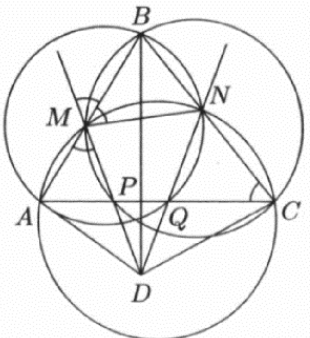
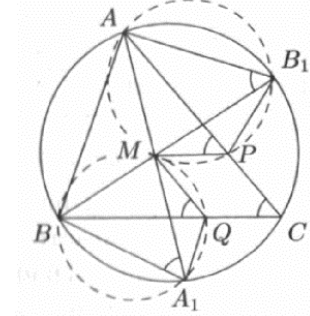
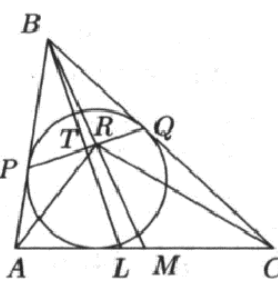


Замечательные точки в треугольнике.

Задача	Чертёж и лёгкая подсказка...
<p>1. Две вершины, центр вписанной окружности и точка пересечения высот остроугольного треугольника лежат на одной окружности. Найдите угол при третьей вершине.</p>	 <ul style="list-style-type: none"> • Рассмотрим треугольник ABC, • в котором проведены высоты AA_1 и BB_1. • Пусть точка H — точка пересечения высот, • точка I — центр вписанной окружности. • ...
<p>2. В треугольнике ABC точки M и N — середины сторон AC и BC соответственно. Известно, что точка пересечения медиан треугольника AMN является точкой пересечения высот треугольника ABC. Найдите угол ABC.</p>	 <ul style="list-style-type: none"> • Пусть H — ортоцентр треугольника ABC; • А его высота AT. • Тогда CQ -... • ...
<p>3. На стороне AB неравнобедренного треугольника ABC выбраны точки P и Q так, что $AC = AP$ и $BC = BQ$. Серединный перпендикуляр к отрезку PQ пересекает биссектрису угла C в точке R (внутри треугольника). Докажите, что $\angle ACB + \angle PRQ = 180^\circ$.</p>	 <ul style="list-style-type: none"> • Отметим на биссектрисе угла C точку I — точку пересечения биссектрис треугольника ABC. • (А где точка точкой R?) • ... • ...
<p>4. На сторонах AB и BC выпуклого четырёхугольника $ABCD$ выбраны точки M и N соответственно. Отрезки MD и ND пересекают диагональ AC в точках P и Q соответственно. Оказалось, что четырёхугольники $BMPC$, $BNQA$, $AMNC$ вписанные. Докажите, что $\angle BDN$ и $\angle BDM$ равны.</p>	 <ul style="list-style-type: none"> • ... • Как известно, биссектрисы двух внешних углов и биссектриса третьего угла треугольника пересекаются в одной точке (центре вневписанной окружности!). • ...
<p>5. В $\triangle ABC$ продолжения медиан из вершин A и B пересекают описанную около $\triangle ABC$ окружность в точках A_1 и B_1 соответственно. На стороне AC выбрана точка P, а на стороне BC — точка Q так, что $AP = 2PC$, $BQ = 2QC$. Докажите, что $\angle APB_1 = \angle BQA_1$.</p>	 <ul style="list-style-type: none"> • Пусть M — точка пересечения медиан. • ...
<p>6. В $\triangle ABC$ вписанная окружность касается сторон AB и BC в точках P и Q соответственно. Медиана $\triangle ABC$ из вершины B пересекает отрезок PQ в точке R. Докажите, что $\angle ARC$ — тупой.</p>	 <ul style="list-style-type: none"> • Не умаляя общности, можно считать, что $AB \leq BC$. • ...

