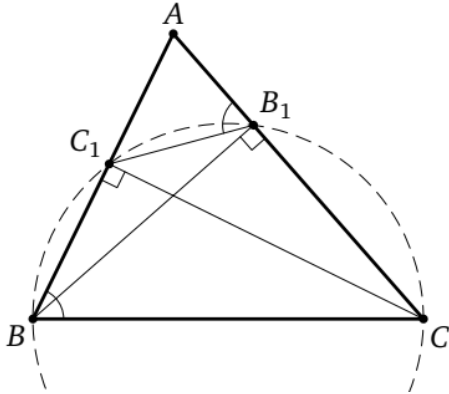
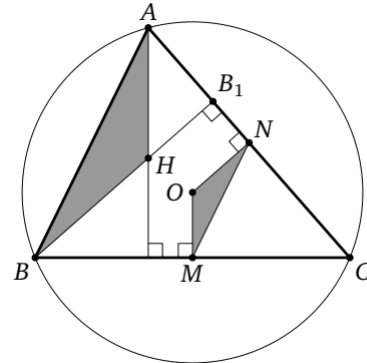


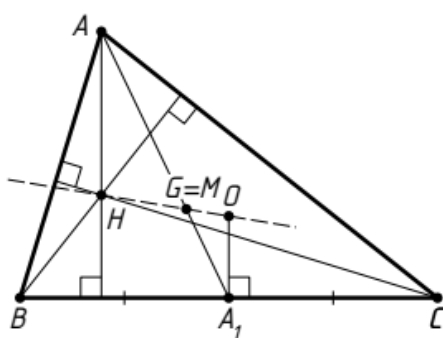
а) Если BB_1 и CC_1 — высоты треугольника ABC , то треугольник AB_1C_1 подобен треугольнику ABC , причём коэффициент подобия равен $|\cos \angle A|$.



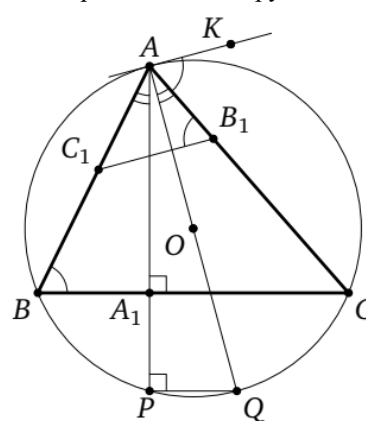
б) Если H — точка пересечения высот треугольника ABC , а O — центр его описанной окружности, то отрезок AH вдвое больше расстояния от точки O до стороны BC .



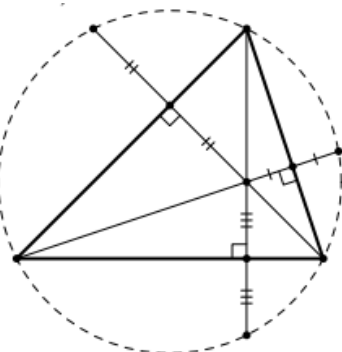
в) Точки O , H и точка M пересечения медиан треугольника ABC лежат на одной прямой (прямая Эйлера), причём точка M лежит на отрезке OH и $OM : MH = 1 : 2$.



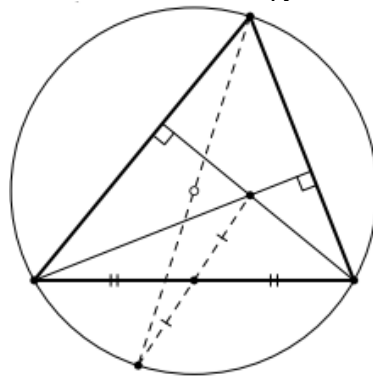
г) Если BB_1 и CC_1 — высоты треугольника ABC , а O — центр описанной окружности, то $OA \perp B_1C_1$.



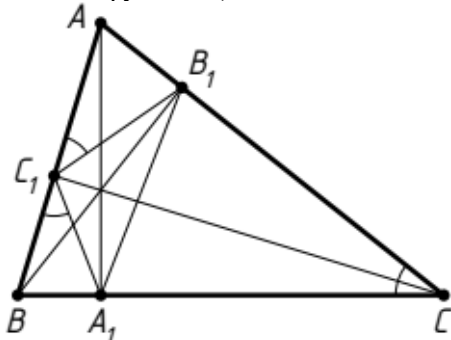
д) Точки, симметричные точке пересечения высот (ортоцентру) треугольника ABC относительно прямых AB , AC и BC , лежат на описанной окружности треугольника ABC .



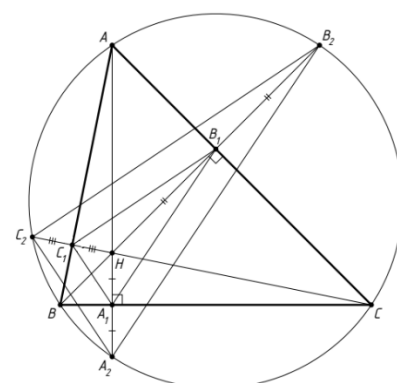
е) Точки, симметричные точке пересечения высот треугольника ABC относительно середин его сторон, лежат на описанной окружности треугольника ABC .



ж) Стороны ортотреугольника образуют равные углы с соответствующими сторонами данного треугольника. Ортоцентр остроугольного треугольника является точкой пересечения биссектрис ортотреугольника (центром его вписанной окружности).



з) Пусть продолжения высот AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекают описанную окружность в точках A_2 , B_2 и C_2 соответственно, а H — точка пересечения высот. Тогда треугольник $A_2B_2C_2$ подобен треугольнику $A_1B_1C_1$ с коэффициентом 2.



Задачи для самостоятельного решения.

Задача 1

В остроугольном треугольнике ABC из вершин A и C опущены высоты AP и CQ на стороны BC и AB . Известно, что площадь треугольника ABC равна 18, площадь треугольника BPQ равна 2, а $PQ = 2\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC .

Задача 2

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AM и CN , O — центр описанной около треугольника ABC окружности. Известно, что $\angle ABC = \beta$, а площадь четырёхугольника $NOMB$ равна S . Найдите AC .

Задача 3

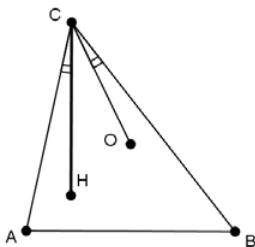
В треугольнике ABC проведены высоты BM и CN , O — центр вписанной окружности. Известно, что $BC = 24$, $MN = 12$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BOC .

Задача 4

В треугольнике ABC известно, что $AB = 2$, $AC = 5$, $BC = 6$. Найдите расстояние от вершины B до точки пересечения высот.

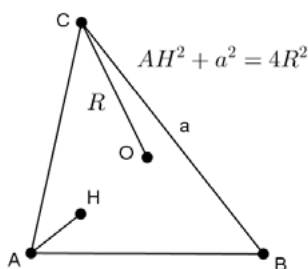
Задача 5

Отрезки, соединяющие основания высот остроугольного треугольника, равны 5, 12 и 13. Найдите радиус описанной около треугольника окружности.



Задача 6

Докажите, что угол между радиусом и стороной равен углу между высотой и стороной (все они выходят из одной вершины).



Задача 7

Докажите, что сумма квадратов расстояния от вершины треугольника до его ортоцентра и длины стороны, противолежащей этой вершине, равна квадрату диаметра описанной окружности.