

## О специальном “иррациональном” приёме: выделении целого квадрата под квадратным корнем.

• Часто в процессе преобразований или решения уравнений встречаются выражения, содержащие корень под знаком квадратного корня. В большинстве случаев эти выражения можно упростить, **выделив полный квадрат** под корнем.

• Посмотрим, как это делается.

• Найти значение выражения:  $\sqrt{30 - 10\sqrt{5}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ .

**Упростим первое слагаемое.** Предположим, мы можем представить выражение  $30 - 10\sqrt{5}$  в виде полного квадрата:  $30 - 10\sqrt{5} = (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  (1)

Если слагаемое  $a$  или  $b$  содержит корень, то при возведении в квадрат этот корень останется в удвоенном произведении. Поэтому, приравняв правую и левую части равенства (1), мы получим систему:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 30 \\ 2ab = 10\sqrt{5} \end{cases}$$

Разделим второе уравнение на 2:  $\begin{cases} a^2 + b^2 = 30 \\ ab = 5\sqrt{5} \end{cases}$ . То есть произведение чисел  $a$  или  $b$  равно  $5\sqrt{5}$ .

Выражение  $5\sqrt{5}$  можно представить в виде произведения двух множителей многочисленными способами:  $a = 5, b = \sqrt{5}$ ;  $a = 1, b = 5\sqrt{5}$ ;  $a = \frac{5}{2}, b = 2\sqrt{5}$  и т. д.

Проверим, в каком случае  $a^2 + b^2 = 30$ . Заметим, что  $5^2 + \sqrt{5}^2 = 30$ . Эта пара нам подходит!

Следовательно,  $\sqrt{30 - 10\sqrt{5}} = \sqrt{(5 - \sqrt{5})^2} = |5 - \sqrt{5}| = 5 - \sqrt{5}$ .

**Внимание!** Помним, что квадратный корень из квадрата выражения равен модулю этого выражения.

$$\sqrt{(A)^2} = |A|.$$

Чтобы раскрыть модуль, выясняем знак подмодульного выражения. Если подмодульное выражение больше нуля, то раскрываем модуль с тем же знаком, а если меньше нуля, то с противоположным.

**Упростим второе слагаемое:**  $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ .

Представим подкоренное выражение в виде квадрата разности.

$$9 - 4\sqrt{5} = (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (2).$$

Если слагаемое  $a$  или  $b$  содержит корень, то при возведении в квадрат этот корень останется в удвоенном произведении. Поэтому, приравняв правую и левую части равенства (2), мы получим

$$\text{систему: } \begin{cases} a^2 + b^2 = 9 \\ 2ab = 4\sqrt{5} \end{cases}. \text{ Разделим второе уравнение на 2: } \begin{cases} a^2 + b^2 = 9 \\ ab = 2\sqrt{5} \end{cases}.$$

То есть произведение чисел  $a$  или  $b$  равно  $2\sqrt{5}$ .

Выражение  $2\sqrt{5}$  можно представить в виде произведения двух множителей не единственным способом:

$$a = 1, b = 2\sqrt{5}; a = 2, b = \sqrt{5}; a = \frac{1}{2}, b = 4\sqrt{5} \text{ и т.д.}$$

Проверим, в каком случае  $a^2 + b^2 = 9$ . Заметим, что  $2^2 + (\sqrt{5})^2 = 9$ . Эта пара нам подходит!

$$\text{Следовательно, } \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = |2 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2.$$

Подмодульное выражение  $2 - \sqrt{5}$  меньше нуля, поэтому мы раскрыли модуль “со знаком минус”.

Итак, после упрощения корней мы получили равенство:  $\sqrt{30 - 10\sqrt{5}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = 5 - \sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 = 3$ .

Ответ: 3.