

Введение

Зная что-либо, считай, что знаешь; не зная что-либо, считай, что не знаешь, - это и есть правильное отношение к знанию.

Конфуций

Предлагаемые тесты соответствуют курсу геометрии (планиметрии с элементами стереометрии) в общеобразовательной и профильной школе. Они могут использоваться как для текущего контроля, так и для итогового повторения - из условия теста легко понять, где его использование наиболее уместно. В случае необходимости, тест, уместный для итогового повторения, может быть использован частично для текущего контроля.

Порядок, в котором составлена вся совокупность тестов, не "привязан" жестко к какому - либо учебнику геометрии, он больше увязан с геометрическими фигурами, их взаимным расположением и параметрами их расположения (расстояния, углы).

В качестве дополнения к предлагаемым тестам (планиметрия с элементами стереометрии) предлагается набор тестов на векторы и координаты в пространстве. К сожалению, эти тесты не попали в мою книгу с тестами по стереометрии. Учитель, который преподаёт геометрию во всех классах, без сомнения, найдёт возможность использовать это дополнение.

Использование в практике преподавания этих тестов основано на неких предварительных соображениях, о чем и пойдет речь далее.

Любой тест, предлагаемый ученику школы, диагностирует те или иные его свойства. Я остановился на таком интегральном свойстве (латентной переменной): "интеллектуальная готовность к продолжению математического образования". Точно не очень понятно, что это за свойство. Однако ясно, что таковая готовность предполагает нечто большее, чем владение некоторой суммой фактических знаний и умений решать более или менее типовые задачи. Но что? Я особо выделяю некоторые довольно бесспорные проявления этой готовности: 1) умение аргументировать или опровергнуть имеющееся высказывание; 2) умение проанализировать условие задачи на определенность (возможность получить однозначный ответ) и корректность (непротиворечивость условия); 3) умение установить наличие или отсутствие связей между данными высказываниями; 4) умение проанализировать логическую структуру высказывания; 5) владение понятиями в общей форме; 6) умение перевести

аналитическую зависимость в наглядную форму и обратно; 7) рефлексия, то есть способность отделить личное знание от незнания; 8) определенный уровень логической культуры.

Не менее важно отразить в совокупности тестов основные виды математической деятельности. К таковым я отношу следующие: опознание объекта; выяснение существования объекта; установление единственности объекта (или ее отсутствия); выведение свойств объекта из его определения; выведение свойств объекта из других его свойств; выведение свойств объекта из косвенных соображений (в результате только логического рассуждения); идентификация отношения между элементами множества (равенство, неравенство, прочее); выведение свойств объекта, полученного преобразованием из другого объекта; работа с величинами (нахождение величины, оценка величины, равенство величин) - разумеется, список не полон.

В предлагаемой совокупности тестов в целом я постарался отразить (в той или иной степени) и каждый из перечисленных параметров готовности, и каждый вид математической деятельности из приведенного списка. Ясно - все это строится на довольно большом объеме конкретных знаний и умений, традиционно присущих нашим традициям в преподавании геометрии, а также на развитом пространственном (независимо от размерности) мышлении.

Каждый тест состоит из пяти утверждений (а не вопросов). На каждое из этих утверждений ученик как-то реагирует. Форма его ответа такова: "Да" (условно "+") - если он согласен с утверждением; "Нет" (условно "-"), если он с ним не согласен; "Не знаю" (условно "0"), если он не в состоянии определиться; "Задача некорректная" - когда фигуры, заданной условием, не существует - (условно "!"), "Задача неопределенная" - когда предложенное утверждение не позволяет однозначно ни его опровергнуть, ни согласиться с ним (условно "?").

Ответ "не знаю" позитивен, поскольку демонстрирует способность ученика к рефлексии и позволяет работать в режиме, который не провоцирует на угадывание ответа (что будет ясно из системы оценивания теста). В некорректных или неопределенных заданиях проверяется умение ученика анализировать условие задачи.

В реальных тестовых испытаниях (я их провожу по этим или аналогичным тестам около 15 лет) за верный ответ я ставил "+1", за неверный ответ "-1", за ответ "Не знаю" - 0. В результате суммарное число баллов, набранных конкретным учеником (в каждом тесте и в предложенной ему батарее тестов), может быть меньше числа его

верных ответов. Но именно по суммарному числу баллов я выводил окончательную оценку за выполнение теста (или батареи тестов). Мораль ясна - ученику "выгоднее" выдавать только такие ответы, в которых он абсолютно уверен. И если, тем не менее, среди выданных им ответов есть неверные, то это говорит о недостатках всей его системы знаний в целом. Разумеется, учитель может выбрать и другую форму оценивания, например, ставя за верный ответ больше (по модулю), чем за неверный, скажем "+3" за верный и "-1" - за неверный (как это уже делается в тестах "Кенгуру" – выпускникам). Возможны и другие варианты оценивания.

При формулировке неопределенных заданий я встретился с заметными логическими и языковыми трудностями. Что, собственно, имеется в виду, когда задается, к примеру, такой вопрос: «Верно ли, что $a^2 > 1$?» (Для простоты будем считать, что переменная a задана на максимально «широком» множестве - множестве всех вещественных чисел.)

Если мы спрашиваем «верно ли?» и хотим получить в ответ "да" или "нет", то имеем дело с высказыванием. Однако напрямую в нашем примере высказывания нет – есть предикат (выражение с переменной, высказывательная форма) или даже что-то еще из-за вопросительной формы задания. Чтобы превратить его в высказывание, требуется на переменную a «навесить» некий квантор – всеобщности или существования (и в какой-то момент убрать вопросительную форму). Какой же квантор – по умолчанию - «навешен» на переменную a в таком задании? Если подразумевается квантор всеобщности (верно ли для любого $a \dots$), то ответ – нет. Если подразумевается квантор существования (верно ли, что существует такое $a \dots$), то ответ – да. В любом случае ответ меня никак не устраивал. Я то хочу, чтобы ответ был такой: «Смотря какое a » или, что равносильно – «Иногда да, иногда нет.»

Подтверждение своих желаний я увидел, когда в статье известного математика Л. Д. Кудрявцева нашел такую фразу:

"Правильный ответ на тест: "Равны ли углы с взаимно перпендикулярными сторонами?" не может быть выражен словами "да" или "нет". Правильный ответ "не всегда"...". Иначе говоря, "иногда - да, иногда - нет". К тому же это задание Л. Д. Кудрявцева имеет вид вопроса, а я хотел обойтись повествовательной формой.

В результате размышлений и долгих сомнений я решил закодировать неопределенность с помощью слова «некоторый» (такое толкование термина "некоторый" логикой допускается).

Перейду к примерам. Задание (пока в виде вопроса) таково: «Верно ли, что правильного многоугольника все углы равны ? » Разумеется, ответ «да». Пусть задание таково: «Верно ли, что у правильного многоугольника есть угол 45^0 ?» Разумеется, ответ «нет», ибо таких правильных многоугольников нет. Пусть задание таково: «Верно ли, что у правильного многоугольника все углы тупые? » А теперь ответ таков: иногда да, иногда нет. Именно для ответа «иногда да, иногда нет» я использую знак «?».

Теперь можно убрать вопросительную форму предложения и сразу дать задание в форме высказывания: « Пусть F – некоторый правильный многоугольник. Тогда у него есть тупой угол.»

Достаточная четкость достигнута, но можно обойтись и без знака "?". Именно, в неоднозначной ситуации можно условиться ставить знак "+"; если же она однозначна, то можно ставить знак "-", независимо от того, верно это высказывание или нет. Учитель может выбрать любую форму ответа, какая ему больше нравится. Наконец, при желании учитель может поменять всю формулировку задания, убрав и саму неопределённость, но тогда надо менять и вид ответа.

Теперь несколько конкретных замечаний.

1. Тесты, в основном, относятся к планиметрии. Но в них есть и задания о трёхмерных фигурах. Это вызвано тем, что в иных учебниках для 7 – 9 классов изучаются элементы стереометрии. Кроме того, в соответствии с нынешними стандартными, элементы планиметрии включены в программу по геометрии для старших классов. Тем самым, соответствующие тесты могут быть использованы при повторении в старших классах.
2. Если в тексте написано "два" (две прямые, две плоскости, два элемента симметрии), то это именно два, а не "хотя бы два" - я не использую оборот, подобный "ровно два".
3. Если точки (прямые, плоскости) обозначены по-разному, то они не совпадают.
4. Если на переменную не "навешен" квантор, то, как всегда, по умолчанию полагаем, что это квантор всеобщности.

Данная совокупность тестов обнаружится впервые (хотя аналогичные - по стереометрии и по алгебре и началам анализа - изданы). Отсюда ясно, сколько в ней может быть огрехов. И хотя многие из этих тестов проверены в реальном преподавании, я понимаю, что до безупречности весьма далеко - учитывая совершенно оригинальный их характер. Я надеюсь, что с помощью

доброжелательно настроенных коллег удастся эту работу "довести до безупречности" и, в конце концов, противопоставить что-то осмысленное "тестированию по-американски". Более того, я полагаю, что работа по составлению разумных тестов для школьников России только начинается, а потому любой заинтересованный в такой работе может изрядно ей споспешествовать, в частности, действуя в согласии с приведенными здесь соображениями.