

Тест 371. Сонаправленные векторы. Равенство векторов

Пусть  $ABCD$  – параллелограмм,  $O$  – точка пересечения его диагоналей, точка  $K$  – середина его стороны  $AB$ , точка  $L$  – середина его стороны  $BC$ .

Тогда:

1. векторы  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{OL}$  коллинеарны.
2. векторы  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{OL}$  сонаправлены.
3. векторы  $\overrightarrow{BC}$  и  $\overrightarrow{OK}$  сонаправлены.
4. векторы  $\overrightarrow{AK}$  и  $\overrightarrow{OL}$  равны.
5. векторы  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{CD}$  равны.

Тест 372. Сумма и разность векторов

В результате действий с векторами получится нуль - вектор, если:

1. это  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$ , где  $ABC$  – треугольник;
2. это  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$ , если  $ABCD$  – параллелограмм;
3. это  $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$ , где  $ABCD$  – параллелограмм;
4. это  $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{AB}$ , где  $ABCD$  – трапеция;
5. это  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ , если точка  $O$  – точка пересечения медиан треугольника  $ABC$ .

Тест 373. Сложение и вычитание векторов

Точка  $M$  – середина стороны  $AB$  треугольника  $ABC$ , точка  $K$  – середина его стороны  $BC$  и точка  $P$  – середина стороны  $AC$ , а  $O$  – точка пересечения отрезков  $AK$  и  $MP$ .

Тогда:

1.  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ .
2.  $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{KC}$ .
3.  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MK} - \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{AC}$ .
4.  $\overrightarrow{PC} - \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KO} = \overrightarrow{OP}$ .
5. векторы  $\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{OM}$  и  $\overrightarrow{PC} - \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KO}$  противоположны.

Тест 374. Сумма и разность векторов, длина вектора

Пусть  $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$ . Тогда  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ , если:

1.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ ;
2. существует вектор  $\vec{c}$  такой, что  $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{c}$ ;
3.  $\exists \vec{x} : \vec{a} + \vec{b} + \vec{x} = \vec{0}$ ;
4.  $\forall \vec{c} : \vec{a} + \vec{c} = \vec{b} - \vec{c}$ ;
5.  $\vec{a} = \vec{p} + \vec{q}, \vec{b} = -\vec{p} - \vec{q}$ .

Тест 375. Сумма и разность векторов. Длина вектора

Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  неколлинеарны. Тогда:

1.  $\forall \vec{a} \forall \vec{b} : |\vec{a} + \vec{b}| > |\vec{a} - \vec{b}|$ ;
2.  $\forall \vec{a} \exists \vec{b} : |\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a} - \vec{b}|$ ;
3.  $\exists \vec{a} \forall \vec{b} : |\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a} - \vec{b}|$ ;
4.  $\exists \vec{a} \exists \vec{b} : |\vec{a}| = |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{b}|$ ;
5.  $\exists \vec{a} \exists \vec{b} : |\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}|$ .

Тест 376. Сумма и разность векторов, длина, перпендикулярность

Существуют такие неравные векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , не равные нулю – вектору, что:

1.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$ ;
2.  $\vec{a} + \vec{b} \perp \vec{a} - \vec{b}$ ;
3.  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ;
4.  $|\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a}| < |\vec{b}| < |\vec{a} - \vec{b}|$ ;
5.  $\vec{a} \perp \vec{a} + \vec{b}, \vec{b} \perp \vec{a} - \vec{b}$ .

Тест 377. Линейные операции с векторами

В параллелограмме  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Тогда:

1.  $\vec{AD} = \vec{OC} + \vec{OD}$ ;
2.  $\vec{OD} = 0,5 \vec{BA} + 0,5 \vec{BC}$ ;
3.  $\vec{OC} = 0,5 \vec{AB} - 0,5 \vec{BC}$ ;
4.  $\vec{AB} - \vec{AO} = \vec{DC} - \vec{OC}$ ;
5.  $\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{OC} + \vec{OD}$ ;

Тест 378. Линейные операции с векторами

1.  $\vec{BO} = \vec{OA} + \vec{OC}$ , если дан треугольник  $ABC$  и в точке  $O$  пересекаются его медианы.
2.  $\vec{AC} - \vec{OB} = \vec{AB} - \vec{OC}$ , если дан треугольник  $ABC$  и в точке  $O$  пересекаются его медианы.
3.  $\vec{BK} = \frac{1}{2} \vec{BA} + \frac{1}{2} \vec{BC}$ , если точка  $K$  - середина стороны  $AC$  треугольника  $ABC$ .
4.  $\vec{OC} = \frac{1}{3} \vec{OA} + \frac{2}{3} \vec{OB}$ , если точка  $O$  - произвольная точка плоскости, а точка  $C$  делит отрезок  $AB$  в отношении  $1 : 2$ , считая от точки  $A$ .
5.  $\vec{CD} = \frac{3}{5} \vec{CB} + \frac{4}{5} \vec{CA}$  в прямоугольном треугольнике  $ABC$  с катетами  $CA = 3$  и  $CB = 4$ ,  $CD$  - биссектриса угла  $C$ .

Тест 379. Линейные операции с векторами, длина, перпендикулярность

Существуют такие неколлинеарные векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , что:

1.  $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} = \vec{0}$ ;
2.  $\vec{a} + 2\vec{b} = 2\vec{a} + \vec{b}$ ;
3.  $\vec{a} - 2\vec{b} \parallel \vec{b}$ ;
4.  $3\vec{a} - \vec{b} \perp \vec{a} + 3\vec{b}$ ;
5.  $x(\vec{a} + \vec{b}) \perp x(\vec{a} - \vec{b})$  при любом  $x$ , отличном от нуля.

Тест 380. Линейная комбинация векторов

Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  единичные и неколлинеарные; тогда существуют такие числа  $x$  и  $y$  :

1.  $|x\vec{a} + y\vec{b}| = |x\vec{a} - y\vec{b}|$ ;
2.  $|x\vec{a} + y\vec{b}| = 1$
3.  $|\vec{a}| = |x\vec{a} + y\vec{b}| = |\vec{b}|$
4.  $|x\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} + y\vec{b}|$ , если  $x \neq 1; y \neq 1$
5.  $|\vec{a}| + |\vec{b}| = |x\vec{a} - y\vec{b}|$ .

Тест 381 Линейные операции с векторами, длина, перпендикулярность

1.  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ , если  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ .
2. Есть такие неколлинеарные векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , что  $|\vec{a}| = |\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{b}|$ ;
3. Существуют такие векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , не равные нулю – вектору, что  $\vec{a} + \vec{b} \perp \vec{a} - \vec{b}$ .
4. Нет таких трёх неколлинеарных векторов  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , что каждый из них равен разности двух других.
5. Существуют такие неколлинеарные векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , что  $|2\vec{a} + 2\vec{b}| = |3\vec{a} + 3\vec{b}|$ .

Тест 382. Разложение вектора на составляющие по двум прямым

Пусть  $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$  и векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  неколлинеарные. Тогда  $|xy| \leq 1$ , если:

1.  $\vec{p} = \vec{CK}, \vec{a} = \vec{CA}, \vec{b} = \vec{CB}$  в равностороннем треугольнике  $ABC$  со стороной 1,  $K \in AB$ ;
2.  $\vec{p} = \vec{AB}, \vec{a} = \vec{AC}, \vec{b} = \vec{BD}$  в параллелограмме  $ABCD$ ;
3.  $\vec{p} = \vec{AB}, \vec{a} = \vec{AD}, \vec{b} = \vec{AC}$  в трапеции  $ABCD$ , в которой  $AB = BC = CD = 1, AD = 2$ ;
4.  $\vec{a} = \vec{OA}, \vec{b} = \vec{OB}, \vec{p} = \vec{OC}$  в круге единичного радиуса, причём точки  $A, B, C$  делят окружность с центром  $O$  на три равные части;
5.  $\vec{p} = \vec{DB}_1, \vec{a} = \vec{CB}, \vec{b} = \vec{DC}_1$  в прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1B_1C_1D_1$ , в котором основанием является квадрат.

### Тест 383. Проекция вектора

В результате проектирования вектора на две взаимно перпендикулярные оси:

1. при увеличении длины вектора и постоянном угле, который он образует с осью  $x$  увеличивается каждая его проекция.
2. существуют два таких угла между вектором и осью  $x$ , при которых его проекции равны.
3. при постоянной длине вектора увеличение одной его проекции приводит к уменьшению другой его проекции.
4. при постоянной длине вектора увеличение угла между вектором и осью  $x$  увеличивает хотя бы одну его проекцию.
5. при постоянной длине вектора увеличение обеих его проекций приводит к увеличению угла между вектором и осью  $x$ .

### Тест 384. Координаты вектора

1. Если модуль вектора не меньше 1, то модуль произведения его координат не меньше 1.
2. Если одна координата вектора постоянна, а другая его координата увеличивается, то длина вектора увеличивается.
3. Вектор является нулевым не только тогда, когда произведение его координат равно нулю.
4. Ненулевой вектор не перпендикулярен ни одной оси координат тогда и только тогда, когда произведение его координат не равно нулю.
5. Чтобы длина одного вектора была больше длины другого вектора, необходимо, но не достаточно, чтобы каждая координата первого вектора была больше соответствующей координаты второго вектора.

### Тест 385. Векторы на координатной плоскости

1. Если координаты вектора увеличились, то модуль его увеличился.
2. Если координаты вектора разделили на одно и то же число, то его модуль разделился на это же число.
3. Если угол между вектором  $(x, y)$  постоянной длины и единичным вектором оси  $Ox$  возрастает, то его координата  $x$  убывает.
4. Если угол между вектором  $(x, y)$  постоянной длины и единичным вектором оси  $Ox$  возрастает, то его координата  $y$  возрастает.
5. Если модули координат вектора уменьшились, то модуль вектора уменьшился.

### Тест 386. Векторный метод

1. Ненулевой вектор  $\overrightarrow{AB}$  и вектор  $\overrightarrow{AX}$  сонаправлены тогда и только тогда, когда  $\overrightarrow{AX} = \alpha \overrightarrow{AB}$ , где  $\alpha > 0$ .
2. Точка  $X$  лежит на прямой  $AB$  только тогда, когда  $\overrightarrow{AX} = \alpha \overrightarrow{AB}$ , где  $\alpha > 0$ .
3. Точка  $X$  принадлежит отрезку  $AB$  тогда, когда  $\overrightarrow{AX} = \alpha \overrightarrow{AB}$ , где  $0 \leq |\alpha| \leq 1$ .
4.  $ABCD$  – параллелограмм. Точка  $X$  принадлежит параллелограмму  $ABCD$  тогда и только тогда, когда  $\overrightarrow{AX} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{BC}$ , где  $0 < \alpha < 1$  и  $0 < \beta < 1$ .
5. Точка  $X$  лежит внутри угла  $AOB$  не только тогда, когда  $\overrightarrow{OX} = \alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB}$ , где  $\alpha\beta > 0$ .

Тест 387. Угол между векторами

$\alpha \geq \beta$ , если:

1.  $\alpha$  - это угол между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ ,  $\beta$  - это угол между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{BC}$  в треугольнике  $ABC$ ;
2.  $\alpha$  - это угол между векторами  $\vec{AO}$  и  $\vec{BO}$ ,  $\beta$  - это угол между векторами  $\vec{CO}$  и  $\vec{DO}$  в параллелограмме  $ABCD$ , где точка  $O$  - его центр симметрии ;
3.  $\alpha$  - это угол между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ ,  $\beta$  - это угол между векторами  $\vec{CA}$  и  $\vec{DC}$  в прямоугольнике  $ABCD$ ;
4.  $\alpha$  - это угол между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{BC}$ ,  $\beta$  - это угол между векторами  $\vec{DA}$  и  $\vec{AB}$  в круге с диаметром  $AB$ , в котором  $BC$  и  $AD$  - две параллельные хорды;
5.  $\alpha$  - это угол между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{BC}$ ,  $\beta$  - это угол между векторами  $\vec{AD}$  и  $\vec{CD}$  в круге, в котором проведена хорда  $AB$ , если  $ABCD$  - трапеция,  $BC$  и  $AD$  - две параллельные хорды,  $BC < AD$  /

Тест 388. Скалярное умножение

1. Если модули двух ненулевых векторов не изменяются, а угол между ними возрастает, то их скалярное произведение убывает.
2. Если модули двух ненулевых векторов возрастают, а угол между ними не изменяется, то их скалярное произведение возрастает.
3. Координаты вектора  $\vec{a}(x, y)$  равны его скалярным произведениям на единичные векторы осей координат:  $x = \vec{a} \cdot \vec{i}$ ,  $y = \vec{a} \cdot \vec{j}$ .
4. Если скалярные произведения вектора  $\vec{a}$  и двух неколлинеарных векторов равны нулю, то вектор  $\vec{a}$  - нулевой.
5. Скалярное произведение двух векторов равно произведению их модулей тогда и только тогда, когда эти векторы коллинеарны.

Тест 389. Скалярное умножение

Скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  больше 1, если дан квадрат  $ABCD$  со стороной 2 и:

1.  $\vec{a} = \vec{BC}$ ,  $\vec{b} = \vec{DA}$ ;
2.  $\vec{a} = 0,5\vec{AD}$ ,  $\vec{b} = -2\vec{CD}$ ;
3.  $\vec{a} = 2\vec{AC}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{BA}$ ;
4.  $\vec{a} = \vec{BD}$ ,  $\vec{b} = \vec{AB} + \vec{CB}$ ;
5.  $\vec{a} = 0,5\vec{AD} + \vec{BA}$ ,  $\vec{b} = 0,5\vec{CD} + \vec{BC}$ .

Тест 390. Скалярное умножение

Скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  больше 1, если:

1.  $\vec{a} = \overrightarrow{AK}, \vec{b} = \overrightarrow{CL}$ , если дан равносторонний треугольник  $ABC$  со стороной 2,  $AK$  и  $CL$  – его медианы;
2.  $\vec{a} = \overrightarrow{AK}, \vec{b} = \overrightarrow{CL}$ , если дан равносторонний треугольник  $ABC$  со стороной 2,  $K$  – точка на стороне  $BC$ ,  $L$  – точка на стороне  $AB$ ;
3.  $\vec{a} = \overrightarrow{AK}, \vec{b} = \overrightarrow{CL}$ , если дан ромб  $ABCD$  со стороной 2,  $K$  – точка на диагонали  $AC$ ,  $L$  – точка на диагонали  $BD$ ;
4.  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{AC}$  если точка  $A$  – центр круга радиуса 2,  $AB$  и  $AC$  – его радиусы;
5.  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  – векторы, заданные диагоналями, выходящими из одной вершины правильного шестиугольника со стороной 1.

Тест 391. Скалярное умножение

1. Если  $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$  и  $\vec{c} \cdot \vec{b} > 0$ , то  $\vec{a} \cdot \vec{c} > 0$ .
2.  $\vec{a} \cdot \vec{b} > \vec{a} \cdot \vec{c} \Rightarrow \left| \vec{b} \right| > \left| \vec{c} \right|$ .
3. Зная  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  и  $\vec{a} \cdot \vec{c}$ , можно найти  $\vec{b} \cdot \vec{c}$ , если все эти векторы – единичные.
4. Существуют единичные векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  такие, что  $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = (\vec{c} \cdot \vec{a}) \cdot \vec{b} = (\vec{b} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{a}$
5. Векторы  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  единичные, кроме того  $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b}$  и среди данных векторов нет перпендикулярных. Тогда векторы  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  противоположные

Тест 392. Скалярное умножение. Координатная форма

1. Если два вектора ортогональны и известны координаты одного из них, то можно найти координаты другого.
2. Скалярное произведение двух векторов положительно тогда и только тогда, когда все координаты данных векторов положительны.
3. Если один вектор постоянен, а координаты другого вектора увеличиваются, то их скалярное произведение увеличивается.
4. Если два вектора ортогональны и ни один из них не перпендикулярен осям координат, то из их координат можно составить пропорцию.
5. Зная длины векторов и их скалярное произведение, можно найти их координаты.

Тест 393. Скалярное умножение

Для векторов плоскости:

1. существуют ненулевые векторы  $\vec{a}, \vec{b}$  такие, что  $\vec{a} \cdot \vec{b} = (2\vec{b}) \cdot \vec{a}$ ;
2. если  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ , то  $\exists x : (\vec{a} + x\vec{b}) \cdot (\vec{a} - x\vec{b}) = 2$ ;
3. если  $(\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - \vec{b})$ , то  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ;
4. если  $\vec{x} \cdot \vec{a} = \vec{x} \cdot \vec{b}$  и  $\vec{x}$  - не нулевой вектор, то вектор  $\vec{x}$  перпендикулярен разности векторов  $\vec{a}, \vec{b}$ ;
5. существуют векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  попарно неколлинеарные, такие, что  $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} \perp ((\vec{b} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{a} + (\vec{c} \cdot \vec{a}) \cdot \vec{b})$ .

Тест 394 . Скалярное умножение

1.  $\vec{x} \cdot \vec{a} = (\vec{x} + \vec{b}) \cdot \vec{a}$  тогда, когда  $\vec{b} \perp \vec{a}$ .
2.  $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$  только тогда, когда  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ .
3. С увеличением коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  увеличивается скалярное произведение векторов  $\alpha\vec{a}$  и  $\beta\vec{b}$ .
4.  $\exists x \in \mathbb{R} : (x\vec{a} + \vec{b}) \cdot (x\vec{a} - \vec{b}) = 2$ , если данные векторы – единичные..
5. Зная длину суммы векторов и длину их разности, можно найти их скалярное произведение.

Тест 395 . Скалярное умножение

1.  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ , если  $\vec{a} = (1, k), \vec{b} = (-k, 1)$ .
2. Существуют два значения  $x$ , при которых  $\vec{b} \perp \vec{a}$ , если  $\vec{a} = (1, x), \vec{b} = (1, -x)$ .
3. Существуют два значения угла между единичными векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , при которых  $|\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{b}| = 2$ .
4. Если  $\vec{b} \perp (\vec{a} + \vec{c})$ , то сумма углов, которые образованы ненулевым вектором  $\vec{b}$  с единичными векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$  равна  $180^\circ$ .
5. Если  $\vec{a} \cdot \vec{b} > 2(\vec{b} \cdot \vec{c})$  и  $\vec{c} \cdot \vec{b} > 0,5(\vec{c} \cdot \vec{a})$ , то  $\vec{a} \cdot \vec{b} > \vec{c} \cdot \vec{a}$



Тест 396 . Векторное здание фигур

1. Точка  $X$  принадлежит отрезку  $AB$  тогда и только тогда, когда  $\vec{BX} + \vec{XA} = \vec{BA}$ .
2. Точки  $A, B, C$  являются вершинами треугольника тогда, когда выполняется равенство  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$ .
3. Точка  $X$  принадлежит углу  $ABC$  тогда и только тогда, когда  $\vec{BX} = \vec{AC} - \vec{AB}$ .
4. Точки  $A, B, C, D$  являются вершинами тетраэдра, если вектор  $\vec{AD}$  не является линейной комбинацией векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ .
5. Если  $\vec{AB} = (x + 1) \vec{AC} + x \vec{DA}$ , то точка  $B$  лежит на прямой  $CD$ .

Тест 397. Обобщающий

1. Некоторые векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарны, если  $\vec{a} = (1, x)$  и  $\vec{b} = (x, 1)$ .
2. Некоторые векторы ортогональны, если первый из них задан диагональю правильного шестиугольника, а второй – другой его диагональю.
3. Некоторый из трёх векторов  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  является линейной комбинацией двух других, если  $\vec{a} = (1, x)$ ,  $\vec{b} = (2, x)$ ,  $\vec{c} = (-4, -2x)$ , если  $x \neq 0$ .
4. Скалярное произведение некоторых векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , сумма которых равна нуль - вектору, равно нулю.
5. Если единичные векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  таковы, что  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ , то некоторые их соответственные координаты равны.

Тест 398 . Координаты точки

На плоскости введена система прямоугольных координат  $x, y$  с началом в точке  $O$ , фиксированы точки  $A(-1, 0)$  и  $B(1, 0)$ , а переменная точка  $C(0, y_C)$  перемещается по лучу  $x = 0, y > 0$ . Точка  $P(0, y_P)$  – точка пересечения медиан треугольника  $ABC$ , точка  $H(0, y_H)$  – точка пересечения высот треугольника  $ABC$ , точка  $K(0, y_K)$  – центр окружности, описанной вокруг треугольника  $ABC$ , точка  $M(0, y_M)$  – центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ . Координата  $y_C$  возрастает и пробегает интервал  $(0, +\infty)$ .

Тогда:

1. координата  $y_K$  возрастает и пробегает всю числовую прямую  $(-\infty, +\infty)$ ;
2. координата  $y_H$  убывает от  $+\infty$  и стремится к нулю;
3. координата  $y_P$  возрастает и пробегает луч  $(0, +\infty)$ ;
4. координата  $y_M$  пробегает интервал  $(0, 1)$ ;
5. выполняются равенства  $y_P = y_H = y_K = y_M$ , когда  $y_C = 2$ .

Тест 399. Расстояние между точками

Точки  $A, B, C$  имеют такие координаты:  $A(1, a), B(a, 1), C(-1, -1)$ .

Тогда:

1. существует такое значение  $a$ , при котором треугольник  $ABC$  является прямоугольным;
2. существует такое значение  $a$ , при котором треугольник  $ABC$  является тупоугольным;
3. существует такое значение  $a$ , при котором треугольник  $ABC$  является равносторонним;
4. при любом значении  $a$  данные точки являются вершинами равнобедренного треугольника;
5. нет таких значений  $a$ , при которых эти точки не являются вершинами треугольника.

#### Тест 400. Уравнение прямой

Рассматривается уравнение прямой  $p: ax + by + c = 0$ . Тогда:

1. существует такое значение  $c$ , что при любых  $a$  и  $b$  прямая пересекает обе оси координат в начале системы координат.
2. при возрастании  $a$  ( $a \neq 0$ ) растёт угловой коэффициент прямой.
3. если  $a > 0$  и растёт угловой коэффициент прямой, то растёт  $b$ .
4. если уравнение прямой  $p: ax + by + c_1 = 0$ , а прямой  $q: bx + ay + c_2 = 0$ , то существуют такие  $a$  и  $b$ , отличные от нуля, при которых эти прямые перпендикулярны.
5. если уравнение прямой  $p: ax + by + c_1 = 0$ , а прямой  $q: ax + by + c_2 = 0$ , и расстояние между этими прямыми равно 1, то  $|c_1 - c_2| > 1$ .

#### Тест 401. Прямая на плоскости

1. Некоторая прямая, уравнение которой  $ax + y + 1 = 0$ , проходит через точку  $(-1, -1)$ .
2. Некоторая прямая, уравнение которой  $ax - y + 1 = 0$ , параллельна прямой  $x + 1 = 0$ .
3. Некоторые две прямые, уравнения которых  $x - y + a = 0$  и  $x - ay = 0$ , взаимно перпендикулярны.
4. Некоторая прямая, уравнение которой  $x/a + y/1 = 0$ , отсекает на осях координат равные отрезки.
5. Расстояние от некоторой прямой, уравнение которой  $x + y = a$ , до начала координат равно  $|a|$ .

#### Тест 402. Угол между прямыми

1. При любом значении  $a \neq 0$  прямые  $AB$  и  $CO$  перпендикулярны ( точка  $O$  - начало координат ), если уравнение прямой  $OC : y = ax$ , уравнение прямой  $AB: y = - ( 1/a ) x + a$ .
2. Угол между прямой  $p$ , уравнение которой  $2x + y + 1 = 0$ , и прямой  $q$ , уравнение которой  $x + 2y + 1 = 0$  больше  $60^\circ$ .
3. Угол между прямой  $p$ , уравнение которой  $x + y + 5 = 0$ , и прямой  $q_1$ , уравнение которой  $x + 2y - 1 = 0$ , больше угла между прямой  $p$  и прямой  $q_2$ , уравнение которой  $2x - y - 7 = 0$ .
4. Существует  $a > 0$ , при котором угол между прямой  $p$ , уравнение которой  $-ax + y - 1 = 0$ , и прямой  $q$ , уравнение которой  $x - ay + 1 = 0$ , равен  $60^\circ$ .
5. При возрастании  $a > 0$  растёт угол между прямой  $p$ , уравнение которой  $ax - y - 1 = 0$ , и прямой  $q$ , уравнение которой  $x - y + a = 0$ .

#### Тест 403. Расстояние от точки до прямой

1. Расстояние от начала координат до прямой  $y = ax + 1$  не больше 1.
2. Расстояние от точки  $A ( 1,1)$  до прямой  $p$ , уравнение которой  $x + 2y - 2 = 0$ , меньше расстояния от точки  $B(1,-1)$  до прямой  $p$ .
3. Расстояние от точки  $A ( 1,1)$  до прямой  $p$ , уравнение которой  $x - y + 2 = 0$ , не меньше расстояния от точки  $A$  до прямой  $q$ , уравнение которой  $x - 2y - 2 = 0$ .
4. Расстояние от начала координат до прямой  $p$ , уравнение которой  $ax + by + c = 0$ , растёт вместе с увеличением  $a$ .
5. Расстояние от прямой  $p$ , уравнение которой  $x + y - 1 = 0$  до прямой  $q$ , уравнение которой  $x + y + 2 = 0$ , меньше 2.

#### Тест 404. Уравнение окружности

Рассматривается уравнение окружности в общем случае:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ .

Тогда:

1. При  $a > 0, b < 0$  существует такое значение  $R$ , при котором вся окружность лежит в четвёртой четверти .
2. При  $a = - 2, b = 2$  найдётся такое значение  $R$ , при котором окружность касается осей координат.
3. При увеличении  $a$  и постоянных  $R$  и  $b$  расстояние от начала координат до окружности растёт.
4. При  $a = -1$  и  $R = \sqrt{2}$  при любом значении  $b$  эта окружность отсекает на оси ординат отрезок длины 2.
5. При постоянном  $R$  и возрастающих  $a$  и  $b$  окружность удаляется от начала координат.

Тест 405 . Уравнение фигуры на плоскости. Расстояние от точки до фигуры

Расстояние от точки  $A$  до фигуры  $F$  больше 1, если:

1.  $A ( 0, - 2 )$ , а  $F$  задаётся условием  $|x/y| \geq 1$ ;
2.  $A (-1,0)$ , а  $F$  задаётся условием  $x = |y - 2|$ ;
3.  $A ( 0,-2 )$ , а  $F$  задаётся условием  $x^2 + 5xy + 6y^2 = 0$ ;
4.  $A ( 1,1 )$ , а  $F$  задаётся условием  $x \leq -y^2 - 1$ ;
5.  $A ( 0,0 )$ , а  $F$  задаётся условием  $x^2 + y^2 - x - y + 1,5 = 0$ .

Тест 406. Окружность

1. Некоторая окружность, уравнение которой  $x^2 + y^2 = a^2$ , проходит через точку  $(a, -a)$ .
2. Некоторая окружность, уравнение которой  $(x + 1)^2 + (y + a)^2 = 1$ , касается оси  $x$ .
3. Некоторая окружность, уравнение которой  $(x - a)^2 + y^2 = 1$ , отсекает на оси  $y$  отрезок длины 2.
4. Некоторый круг  $(x - 0,9)^2 + (y - 0,9)^2 \leq a^2$ , имеет общие точки с кругом  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1$ .
5. Некоторые окружности, уравнения которых  $(x - a)^2 + y^2 = 1$  и  $x^2 + (y + a)^2 = 1$ , удалены на расстояние 1 при  $a \leq 2$ .

Тест 407. Координатный метод

На координатной плоскости  $(x, y)$ :

1. уравнение  $x^2 - 1 = 0$  задает прямую.
2. прямые, заданные уравнениями  $2x - 3y + 6 = 0$  и  $2x - 3y + 12 = 0$ , параллельны.
3. прямые, заданные уравнениями  $2x - 3y + 6 = 0$  и  $2x + 3y + 6 = 0$ , пересекаются в точке  $(1, 2)$ .
4. прямая, заданная уравнением  $x - y + 9 = 0$ , и окружность, заданная уравнением  $x^2 + y^2 = 4$ , имеют общую точку.
5. уравнение  $ax + by^2 = c$  при ненулевых  $a$  и  $b$  задает параболу.

Тест 408. Обобщающий

1. Если  $\alpha_1 > \alpha_2$ ,  $\beta_1 > \beta_2$  и  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ , то  $|\alpha_1 \vec{a} + \beta_1 \vec{b}| > |\alpha_2 \vec{a} + \beta_2 \vec{b}|$ .
2. Разложение вектора на составляющие по трём попарно пересекающимся прямым единственно.
3. Если координаты вектора противоположны, то он параллелен биссектрисе одного из координатных углов.
4. Если векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{d}$  единичные, то  $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{c} + \vec{d}) \leq 4$ .
5. Если векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  единичные и  $\angle \vec{a} \vec{b} = \angle \vec{c} \vec{b} = \angle \vec{a} \vec{c}$ , то  $|\vec{a} - \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{c}| > 2|\vec{b} + \vec{c}|$ .

Тест 409. Обобщающий

1. Середина отрезка  $AB$  находится во второй четверти, если  $A(5,2)$ ,  $B(-5,-1)$ .
2. Точки  $A(-1,2)$  и  $B(-2,1)$  равноудалены от прямой  $p$ , уравнение которой  $y = x + 5$ .
3. Есть точка  $C(a, 2a)$  такая, которая лежит на прямой, проходящей через точки  $A(-1,-2)$  и  $B(-3,-5)$ .
4. Существует  $a \geq 2$ , при котором круг  $(x - a)^2 + (y - a)^2 \leq 1$  лежит в круге  $(x + a)^2 + (y + a)^2 \leq 25$ .
5. Фигура, уравнение которой  $|xy| \geq 1$  удалена от начала координат на расстояние, большее 1.