# Олимпиада Лицея ФТШ по математике. 1-й тур. 20-е января 2011 года.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1****Текстовые задачи** | Все нормальные граждане некоторой страны живут в одном из двух городов — городе X или городе Y. Все ненормальные граждане находятся в психбольницах. Соответственно, в стране три избирательных участка. На рисунке представлены результаты голосования (в процентах) по каждому из участков на выборах в государственную думу. Оказалось, что в целом по стране результаты голосования следующие: партия А — 70,8%, партия В — 16,4%, партия С — 9,6%, прочие партии — 3,2%. Какая часть населения страны голосовала в психбольницах? | **8**—**11** |
| **2****Стереометрия** | Можно ли замостить всё пространство равными тетраэдрами?  | **10**—**11** |
| **3****Многочлены** | Доказать, что в стандартном виде многочлена $\left(1-x+x^{2}-x^{3}+….-x^{99}+x^{100}\right)\left(1+x+x^{2}+x^{3}+…+x^{99}+x^{100}\right) $нет слагаемых с нечетной степенью переменной.  | **8**—**11** |
| **4****Множества** | В стране рыцарей (которые всегда говорят правду) и лжецов (которые всегда врут) прошли выборы в Государственную думу. Жители страны голосовали за кандидатов всего двух партий – партии рыцарей и партии лжецов. По результатам exit poll’а (на выходе с избирательных участков у каждого жителя спрашивали, за кого он проголосовал) получалось, что каждая партия набирает 50% голосов. Однако после подсчета голосов оказалось, что партия лжецов победила, набрав 70% голосов избирателей. Известно, что никто не отказался ответить на вопрос exit poll’а. Докажите, что количества рыцарей и лжецов в этой стране отличаются не более чем в 4 раза. | **8**—**11** |
| **5****Логика** | В Академическом университете каждый год проводится открытый футбольный турнир. В этом году Василий Павлович за победу давал 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение 0 очков. В прошлом году Василий Павлович присуждал за победу всего лишь 2 очка, ничья и поражение оценивались так же. Могло ли так случиться, что команда, занявшая в этом году первое место, при использовании в этом году прошлогодней системы подсчёта очков оказалась бы последней?  | **8**—**11** |
| **6****Функция** | Сколько корней имеет уравнение $\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x-b}+\frac{1}{x-c}=0$ , если известно, что $a, b и c $различны? | **9**—**11** |
| **7****Система** | Решить систему уравнений: $\left\{\begin{array}{c}\frac{x^{2}+1}{2}=2y\\\frac{y^{2}+1}{2}=2z\\\frac{z^{2}+1}{2}=2x\end{array}\right.$ | **8**—**11** |
| **8****Теория чисел** | Числа *х*177 и *х*221 являются рациональными. Докажите, что само число *х* рационально. | **9**—**11** |
| **9****Планиметрия** | В треугольнике две медианы перпендикулярны и равны 3 и 4. Найдите площадь треугольника. | **8**—**11** |