# Олимпиада Лицея ФТШ по математике. 1-й тур. 20-е января 2011 года.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1**  **Текстовые задачи** | Все нормальные граждане некоторой страны живут в одном из двух городов — городе X или городе Y. Все ненормальные граждане находятся в психбольницах. Соответственно, в стране три избирательных участка. На рисунке представлены результаты голосования (в процентах) по каждому из участков на выборах в государственную думу.  Оказалось, что в целом по стране результаты голосования следующие: партия А — 70,8%, партия В — 16,4%, партия С — 9,6%, прочие партии — 3,2%. Какая часть населения страны голосовала в психбольницах? | **8**—**11** |
| **2**  **Стереометрия** | Можно ли замостить всё пространство равными тетраэдрами? | **10**—**11** |
| **3**  **Многочлены** | Доказать, что в стандартном виде многочлена нет слагаемых с нечетной степенью переменной. | **8**—**11** |
| **4**  **Множества** | В стране рыцарей (которые всегда говорят правду) и лжецов (которые всегда врут) прошли выборы в Государственную думу. Жители страны голосовали за кандидатов всего двух партий – партии рыцарей и партии лжецов. По результатам exit poll’а (на выходе с избирательных участков у каждого жителя спрашивали, за кого он проголосовал) получалось, что каждая партия набирает 50% голосов. Однако после подсчета голосов оказалось, что партия лжецов победила, набрав 70% голосов избирателей. Известно, что никто не отказался ответить на вопрос exit poll’а. Докажите, что количества рыцарей и лжецов в этой стране отличаются не более чем в 4 раза. | **8**—**11** |
| **5**  **Логика** | В Академическом университете каждый год проводится открытый футбольный турнир. В этом году Василий Павлович за победу давал 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение 0 очков. В прошлом году Василий Павлович присуждал за победу всего лишь 2 очка, ничья и поражение оценивались так же. Могло ли так случиться, что команда, занявшая в этом году первое место, при использовании в этом году прошлогодней системы подсчёта очков оказалась бы последней? | **8**—**11** |
| **6**  **Функция** | Сколько корней имеет уравнение , если известно, что различны? | **9**—**11** |
| **7**  **Система** | Решить систему уравнений: | **8**—**11** |
| **8**  **Теория чисел** | Числа *х*177 и *х*221 являются рациональными. Докажите, что само число *х* рационально. | **9**—**11** |
| **9**  **Планиметрия** | В треугольнике две медианы перпендикулярны и равны 3 и 4. Найдите площадь треугольника. | **8**—**11** |