**XXХ МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ШКОЛЬНИКОВ**

**«САХАРОВСКИЕ ЧТЕНИЯ»**

**ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЛИНЕЙНЫХ КОМБИНАЦИЙ СТЕПЕНЕЙ ТРОЙКИ**

Кондратьев Василий, к.ф.-м.н. Г.М.Головачев

*Академическая гимназия им. Д.К.Фаддеева СПбГУ*

Известно, что если из степеней двойки от 0 до k по очереди выбирать пары чисел и стирать, заменяя их положительной разностью стертых чисел, то, повторяя эти действия, можно получить любое нечетное число от до . В нашей работе исследуется последовательность чисел, полученных с помощью выполнения аналогичных действий над степенями тройки, то есть последовательность чисел, представимых следующим образом:

Исследуемая последовательность выглядит так:

(индекс каждого числа соответствует его номеру в последовательности).

Эта последовательность не включена в известную в мире Энциклопедию целочисленных последовательностей OEIS.

Последовательность можно разбить на наборы, каждый набор – это группа результатов описанных выше действий, совершенных над наборами троек, максимальная степень которых одинакова.

В работе представлен ряд свойств последовательности :

1. Формулы максимального и минимального результата для степени

(Здесь и далее под словом “результат” понимается число, полученное с помощью описанных ранее действий, совершенных над последовательностью троек с той или иной максимальной степенью.)

1. Количество результатов для степени равно .
2. Верно следующее рекуррентное соотношение: .

Здесь, для удобства, введена двойная индексация – максимальная степень, номер элемента среди результатов для -ой степени.

1. Последовательность разностей двух соседних результатов для любой степени тройки имеет вид: , то есть получается отражением числа , стоящего на первом месте, относительно числа , стоящего на втором месте, далее уже имеющиеся три члена последовательности (2, 4, 2) отражаются относительно четвертого члена, равного (получается 2, 4, 2, 10, 2, 4, 2) и так далее. Каждый член последовательности имеет вид: .

(Все свойства доказаны в тексте работы.)

Выведенных свойств оказалось недостаточно для нахождения формулы -ого элемента последовательности , в связи с чем, помимо последовательности , была исследована вспомогательная последовательность , которая выглядит следующим образом: . Эта последовательность аналогична последовательности, описанной в четвертом свойстве, каждый член последовательности представим в виде: . С помощью этой последовательности будет выведена формула -ого члена последовательности разностей двух соседних результатов для определенной степени тройки (см. свойство 4).

Для последовательности также был выведен ряд свойств:

1. Каждая степень двойки, при первом своем появлении в последовательности, равняется своему номеру.
2. Номер числа всегда можно представить в виде (-целые неотрицательные числа).
3. Максимальная степень двойки, на которую делится номер члена последовательности, - это и есть этот член последовательности.

(Все свойства доказаны в тексте работы.)

Выведенные свойства позволили найти формулу n-ого члена последовательности : .

Поскольку - это показатель степени элемента под номером n, то формула -ого члена последовательности, аналогичной , каждый член которой имеет вид , выглядит так: .

Благодаря выведенным свойствам последовательностей и удалось вывести несколько формул, необходимых для нахождения формулы n-ого члена последовательности .

1. Формула степени , из которой образован искомый - й элемент:

.

1. Формула первого (минимального) элемента, полученного из троек с максимальной степенью :
2. Формула разности между минимальным элементом полученным из троек с максимальной степенью и -ым элементом:

для вывода этого выражения и была использована формула .

Выражая , получили:

Результаты. Была обнаружена новая последовательность (последовательность, которая не внесена в уже упомянутую энциклопедию OEIS), она была исследована по схеме, принятой в OEIS. Поэтому результаты позволяют рассчитывать на включение исследованной последовательности в OEIS. В процессе исследования был выведен ряд свойств этой последовательности, в том числе выведена формула -ого члена. Также была изучена вспомогательная последовательность, для которой тоже была выведена формула -ого элемента, эта формула позволяет найти -й член не только вспомогательной последовательности, но и любой другой, имеющей уже описанное строение (строение аналогичное строению вспомогательной последовательности).

1. Р.Грэхем, Д.Кнут, О.Паташник. Конкретная математика. Основание информатики. М., Мир, 1998
2. www.oeis.org