**ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗВРАТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО БЛУЖДАНИЯ НА РЕГУЛЯРНЫХ И ФРАКТАЛЬНЫХ РЕШЕТКАХ**

Чернов Н.А.

*Лицей №159, г Новосибирск, Новосибирская область*

Известная теорема Пойя [1] утверждает, что:

**Теорема:** *Симметричное случайное блуждание возвратно в пространствах размерности n = 1 и n = 2 и невозвратно в пространствах трех и более измерений.*

Таким образом возникает вопрос:

*Существует ли такая точка 2 < ξ < 3, разделяющая размерности для возвратных и не возвратных блужданий?*

В настоящей работе автор попытается дать ответ на этот вопрос, используя метод Монте-Карло компьютерного моделирования для известных решеток, обладающих дробной размерностью.

Они применяются во многих областях науки: медицине, биологии и физике. Эти процессы обычно характеризуются среднеквадратичным смещением частицы ⟨r2(t)⟩ от времени, где r — это расстояние, на которое переместилась частица за время t от стартовой точки. Если такая зависимость линейная, то такой процесс известен как нормальная диффузия. Но существует большое количество экспериментов, где линейная зависимость среднего квадратичного смещения от времени не сохраняется.

Это явление известно как аномальная диффузия и характеризуется следующим уравнением:

*<r2(t)> ~ ty,*

где показатель аномальной диффузии γ принимает значения 0 < γ < 1 или 1 < γ < 2. Второй случай не часто обсуждается в литературе, в то время как первый случай довольно распространен. Поскольку диффузия замедлена на фрактальных структурах обычно для них γ<1. Часто вводят понятие *dw* - размерность блуждания:

*dw = 2/y*

Классическое случайное блуждание имеет очень много практических приложений в математике, физике и программировании (например, при изучении диффузии, винеровских процессов, для построения алгоритмов поиска и т. п.).

Для каждой решетки вычислялись вероятности pn(x,x)- вероятность возвращения блуждающей частицы, вышедшей из узла *x*, исходный узел через время *n*. Затем результат усредняли по *x*. Для контроля вычислений их проводили и для регулярных решеток, для которых асимптотика pn(x,x) известна. Наша задача состояла в определении константы локализации $α$ в ассимптотическом представлении:

*P(n) ~ n -a*

Функция P(n) – вероятность возвращения в исходный узел через n-шагов. В математической литературе этот параметр отвечает за возвратность случайного блуждания и его нахождение было стимулировано Пойя и Феллером.

В физической литературе этот параметр рассматривают как характерезующий степень локализации частицы в среде. Представляя график P(n) в двойном логарифмическом масштабе находим параметр $α$ методом наименьших квадратов.

Согласно полученным результатам можно сделать следующие выводы:

1. для решетки серпинского блуждание возвратно;
2. решетки Менгера блуждание не возвратно.

Исходя из полученных результатов можно говорить о зависимости вероятности возвращения от размерности решетки, на которой происходит блуждание, а именно: чем больше размерность, тем меньше вероятность возвращения в исходную точку.

Полученные результататы могут представлять ценность при решении задач моделирования процесса диффузии, а также в задачах лазерной томографии будущего.

**Литература:**

1. Pólya G. Über eine Aufgabe der Wahrscheinlichkeitsrechnung betreffend die Irrfahrt im Straßennetz // Mathematische Annalen. — 1921. — Т. 84. — С. 149—160. — ISSN 0025-5831; 1432-1807/e.
2. Мостеллер Ф. Пятьдесят Занимательных Вероятностных Задач с Решениями : в104 т. — Наука. — 104 с.