**ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ГРУППА** $R^{n}∖K^{\*n}$

Шутова А.С.1, Айвазьян А.В.

*1Лаборатория Непрерывного Математического Образования (ЧОУ ОиДО "ЛНМО"),*

*Санкт-Петербург, Россия*

natalia.prok@rambler.ru

Фундаментальная группа — это самый известный гомотопический инвариант топологического пространства. Это группа гомотопических классов эквивалентности петель, вложенных в пространство (одна из точек должна переходить в фиксированную точку $x\_{0}$) с операцией индуцированной последовательным прохождением петель представителей. Например, фундаментальная группа плоскости без n точек — свободная группа ранга n; фундаментальная группа Тора — $Z×Z$ с операцией сложения.

Целью настоящей работы было доказать, что фундаментальная группа класса пространств, обобщающих дополнение губки Менгера — свободна, и найти явную формулу ее ранга. А именно, исследована фундаментальная группа $R^{n}∖K^{\*n}$ для компакта $K⊂R$, где через $K^{\*n}$ обозначено подмножество [min K, max K]n, состоящее из точек, у которых по крайней мере n − 1 координата лежит в K. Например, для K — Канторового множества и n = 3 речь идёт о фундаментальной группой дополнения губки Менгера.

В качестве вспомогательного результата была обобщена теорема Ван-Кампена [1]: фундаментальная группа пространства V совпадает с копределом фундаментальных групп подпространств $Q\_{1},Q\_{2},Q\_{3}…$ с морфинами вложениями между ними (при этом $Q\_{1},Q\_{2},Q\_{3}…$ в объединении дают V). По Теореме Ван-Кампена можно рассматривать не фундаментальную группу $R^{n}∖K^{\*n}$**,** а копредел фундаментальных групп $R^{n}∖K\_{i}^{\*n}$**,** где $K\_{i}$ — [min K, max K] \ $U\_{i}$ ($U\_{i}$ — обьединение первых, вторых и так далее до i-тых по длине интервалов из [min K, max K]\K). После было доказано что копредел такой диаграммы совпадает с копределом диаграммы из топологических графов, вложенных друг в друга. Что в свою очередь является свободной группой с рангом равному супремуму рангов фундаментальных групп отдельных топологических графов. Подобный метод доказательства можно перенести и на другие подпространства $R$.

**Литература:**

1. Hatcher A., Algebraic Topology 2001.
2. O. Ya. Viro, O. A. Ivanov, N. Yu. Netsvetaev, V. M. Kharlamov, Elementary Topology, MCNMO Publishing House, 2010.