**ОБ АППРОКСИМАЦИИ РАССТОЯНИЙ ДО МНОЖЕСТВА**

**НУЛЕЙ ГЛАДКОЙ ФУНКЦИИ**

Бородинова Е.А.

*НЦ “Лаборатория Непрерывного Математического Образования”,*

*Санкт-Петербург, Россия*

[katyaborodinova@gmail.com](mailto:katyaborodinova@gmail.com)

В работе с различными гладкими функциями возникает проблема нахождения расстояния от данной точки в пространстве до множества нулей данной функции (множества точек, в которых функция принимает нулевое значение). Назовем стандартным расстоянием наименьшую длину из длин всевозможных отрезков, соединяющих данную точку и некоторую точку из множества нулей. Очевидно, что стандартное расстояние может быть очень трудно вычислимо, если множество нулей представляет собой сложную конструкцию. В своих работах Габриэль Таубин определил приближение расстояния рода k, где k − натуральное число ([1], [2]). Приближение расстояния рода k определяется, как корень многочлена степени k, коэффициенты которого зависят от частных производных данной гладкой функции. Поскольку Таубин использовал свои исследования для работы с графикой, теория про приближения рода 2 и больше не развита, однако приближение рода 1 оказалось достаточно точным для использования его на практике. По определению приближение второго рода является корнем линейного уравнения, поэтому алгоритм его нахождения прост. Так же приближения второго и третьего рода вычислимы благодаря алгоритмам решения квадратных и кубических уравнений, однако приближения больших степеней находятся сложнее, что на данный момент заставляет ограничиться только изучением приближений первых родов.

В своей работе я формулирую и доказываю теорему, связанную с приближением рода 1, усиливающую теорему Таубина и утверждающую, что для гладкой функции f, регулярной точки p(0) из множества нулей и определенной последовательности точек в пространстве p(n), стремящейся к p(0) отношение первого приближения к стандартному расстоянию стремится к единице. Также я рассматриваю приближение рода 2, формулирую и доказываю для него схожее утверждение и привожу контр-пример к гипотезе о существовании константы, ограничивающей сверху частное стандартного расстояния и его второго приближения.

**Литература:**

1. Gabriel Taubin. “An improved algorithm for algebraic curve and sur-face fitting”. In:1993 (4th)International Conference on Computer Vision. IEEE. 1993, pp. 658−665
2. Gabriel Taubin. “Distance approximations for rasterizing implicit curves” .In: ACM Transactions on Graphics (TOG)13.1 (1994), pp. 3–42.