**РАЗРЕЗАЮЩЕЕ ЦИКЛЫ МНОЖЕСТВО ВЕРШИН**

Филаретов Ю.А., Городнов Б.Е.

Лицей Физико-техническая школа, Санкт-Петербург, Россия

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО», Санкт-Петербург, Россия*

[*shotgun1317@gmail.com*](mailto:shotgun1317@gmail.com)

Задача о разрезающем циклы множестве вершин имеет широкий спектр применений, включая обнаружение взаимоблокировок, проверку программ и проектирование систем коммуникации, что часто требуется в современной IT индустрии. Задача входит в список 21 NP-полных задач Карпа. Задача является NP-полной, даже если ограничена степенью вершин, равной двум. Задача при оптимизации может быть решена за О(1,9977n) по алгоритму Разгона. Чен показал, что задача решается с фиксированными параметрами, если параметризованно размером решения k, то есть он разработал алгоритм со временем выполнения 4kk!nO(1). Проблема схожа с задачей о разрезающем цикле наборе дуг: существуют преобразования в обоих направлениях, которые сохраняют значения оптимального решения и только увеличивают размер графа на полиномиальный фактор.

Метод: изучение статей [1-3], реализация алгоритмов путём написания кода на языке C++ в среде разработки CLion.

Результаты: Нами было написано два алгоритма: точный алгоритм, находящий минимальное множество вершин, удаление которых делает граф ацикличным, который работает за относительно долгое время, и неточный алгоритм, который находит разрезающее циклы множество вершин с размером приближенным к минимальному, работающий за небольшое время.

Точный алгоритм работает за время O(2n\*nm). Где n – количество вершин в графе, а m – количество рёбер. Он перебирает все подмножества вершин, и проверяет, станет ли граф ацикличным, если вершины этого подмножества из него удалить.

Неточный алгоритм был придуман на основе алгоритма отжига. Введем несколько определений. Маска графа – массив, в котором каждой вершине графа соответствует значение true или false. Энергия маски графа – функция от графа и маски, которая считает, скольким вершинам графа в маске соответствует значение true и складывает это значение с количеством вершин в графе, полученным из начального графа, за исключением тех вершин с соответствующим значением true в маске. Этот алгоритм q раз генерирует маску со случайными значениями, после этого k раз выполняет следующую операцию над маской: меняет значение в случайном элементе маски, после чего если энергия новой маски уменьшилась либо со случайной вероятностью, которая со временем уменьшается, алгоритм оставляет изменения в маске, иначе возвращается к предыдущей маске. После k итераций, он проверяет текущую маску на наличие циклов. Если для получившейся маски граф стал ациклическим, то для всех таких масок в ответ записывается маска с минимальной энергией. Этот алгоритм работает за O(nmqk), где q и k – константы и подбираются произвольно.

1. I. Razgon. *Theoretical Computer Science*, 2007, 70-81
2. J. Chen, I. Razgon, Y. Liu, S. Lu, B. O’Sullivan. Proceedings of the fortieth annual ACM symposium on Theory of computing, 2008, 177–186
3. B. Bergougnoux, E. Eiben, R. Ganian. Towards a Polynomial Kernel for Directed Feedback Vertex Set.Algorithmica, 2021, **83**, 1201–1221