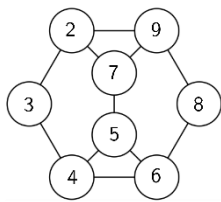


1. Расставьте в кружки на картинке числа от 2 до 9 (без повторений) так, чтобы никакое число не делило бы нацело ни одного из своих соседей.



Ответ: . Возможны и другие картинки.

2. Решите неравенство $\frac{7}{(x-1)(x-2)} + \frac{9}{x-2} + 1 < 0$.

Решение. Преобразуем неравенство: $\frac{7}{(x-1)(x-2)} + \frac{9}{x-2} + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+6x}{(x-1)(x-2)} < 0$.

Применим метод интервалов:



Запишем

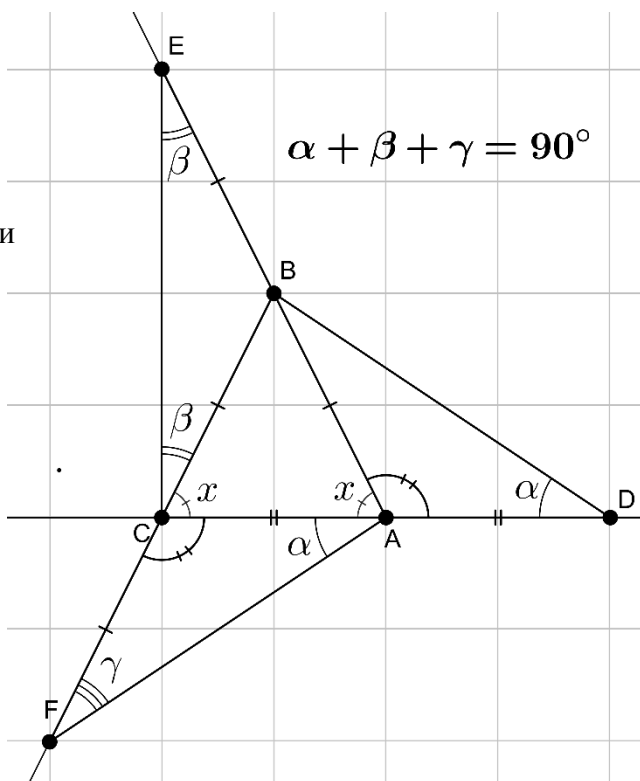
Ответ: $(-6; 0) \cup (1; 2)$

3. В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$. На лучах CA , AB и BC отмечены соответственно точки D , E и F так, что $AD = AC$, $BE = BA$, $CF = CB$. Найдите сумму углов $\angle ADB + \angle BEC + \angle CFA$.

Решение. Обозначим углы, сумму которых надо найти, α, β, γ (смотри чертеж).

- 1) Тогда $\angle BCE = \beta$ (так как треугольник CBE – равнобедренный по построению).
- 2) Пусть $\angle BCA = \angle BAC = x$. Тогда углы BAD и ACF равны как смежные равным.
- 3) Из $\triangle ACE$ $2(x + \beta) = 180^\circ \Rightarrow x + \beta = 90^\circ$.
- 4) $\triangle DAB = \triangle ACF$ по сторонам и углу между ними.
- 5) Из пункта 4) $\angle CAF = \alpha$
- 6) $\alpha + \gamma = x$ (как сумма внутренних углов треугольника ACF , не смежных с внешним $\angle ACB$)
- 7) Из пунктов 3) и 6) получаем $\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$

Ответ: 90°



4. Решите уравнение: $1 - \left(2 - \left(3 - \left(\dots \left(2015 - (2016 - (2017 - x)) \right) \dots \right) \right) \right) = 1000$

Решение. Заметим, что при раскрытии скобок знаки будут чередоваться: минусы появятся при четных числах, а плюсы – при нечетных.

$$1 - (2 - (3 - (\dots (2015 - (2016 - (2017 - x))) \dots))) = 1000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 2015 - 2016 + 2017 - x = 1000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -1 \cdot 1008 + 2017 - x = 1000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 9.$$

Ответ: 9

5. Три спутника выведены на околоземную орбиту, по которой они вращаются с постоянными скоростями. Когда первый спутник сделал несколько оборотов, он на 80 оборотов обогнал второй и на 100 оборотов третий. Сколько оборотов сделал первый спутник, если второй спутник, сделав такое же количество оборотов, как и первый, обогнал третий на 25 оборотов?

Решение. Пусть первый сделал x оборотов, тогда второй и третий $x - 80$ и $x - 100$. Когда же второй сделал x оборотов, третий сделал $x - 25$. Поскольку отношение скоростей сохранилось, отношения пройденных путей тоже. Составим уравнение.

$$\frac{x-80}{x-100} = \frac{x}{x-25} \Leftrightarrow x^2 - 105x + 80 \cdot 25 = x^2 - 100x \Leftrightarrow 5x = 80 \cdot 25 \Leftrightarrow x = 400.$$

Ответ: 400

6. Изобразите на плоскости все точки, координаты которых удовлетворяют уравнению

$$y(x + 2) = x^2 - 4.$$

Решение. Преобразуем уравнение:

$$y(x + 2) = x^2 - 4 \Leftrightarrow y(x + 2) - (x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x + 2)(y - (x - 2)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \\ y - (x - 2) = 0 \end{cases}$$

Изобразим множества $x = -2$ и $y = x - 2$

Ответ: смотри чертёж.

