Решение вступительной работы по *ФИЗИКЕ* в 8 класс ФТШ 2017 год

1. *Лилиметрическая система мер*

А) В СИ единица плотности – $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, соответственно, в Лилипутии – $\frac{\text{лилипуд}}{\text{лилипрыг}^3}$:

$$\frac{\text{лилипуд}}{\text{лилипрыг}^3} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \Rightarrow \text{лилипуд} = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \text{лилипрыг}^3 = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \left(\frac{\text{м}}{5}\right)^3 = \frac{\text{кг}}{125} (= 8\ \text{г}).$$

Значит, $1\ \text{кг} = 125$ лилипудов, откуда масса Гулливера:

$$M = 80\ \text{кг} = 80 \cdot 125\ \text{лилипудов} = 10^4\ \text{лилипудов}.$$

<u>Ответ</u>: масса Гулливера равна 10000 лилипудов.

Б) Единица силы

$$\text{Н} = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

соответственно, в Лилипутии

$$\text{лилиух} = \text{лилипуд} \cdot \frac{\text{лилипрыг}}{\text{лилимиг}^2}.$$

Приравнивая:

$$\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{лилипуд} \cdot \frac{\text{лилипрыг}}{\text{лилимиг}^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{лилимиг}^2 = \frac{\text{лилипуд}}{\text{кг}} \cdot \frac{\text{лилипрыг}}{\text{м}} \cdot \text{с}^2 = \frac{1}{125} \cdot \frac{1}{5} \cdot \text{с}^2 = \frac{1}{625} \cdot \text{с}^2 = \left(\frac{\text{с}}{25}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{лилимиг} = \frac{\text{с}}{25}.$$

<u>Ответ</u>: лилимиг равняется 0,04 секунды.

2. *Два поезда*

А) Пока скорость скорого поезда больше, чем товарного, он удаляется. Поэтому (см. рис.) на участке от 0 до t_A где график I выше графика II, скорый удаляется от товарного. Затем, на участке от t_A до t_B товарный поезд движется быстрее и сближается со скорым. Наконец, на участке от t_B до 2 скорый снова удаляется. Поэтому наименьшее расстояние (на второй половине пути) достигается в момент t_B, а наибольшее (за весь путь) – в момент $t_C = 2$ часа.

Путь скорого поезда за два часа:

$$S_\text{с} = \langle V_\text{с} \rangle_\text{среднее} \cdot t = \frac{V_{\text{с}_\text{max}}}{2} t = \frac{120}{2} \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 2\ \text{ч} = 120\ \text{км}.$$

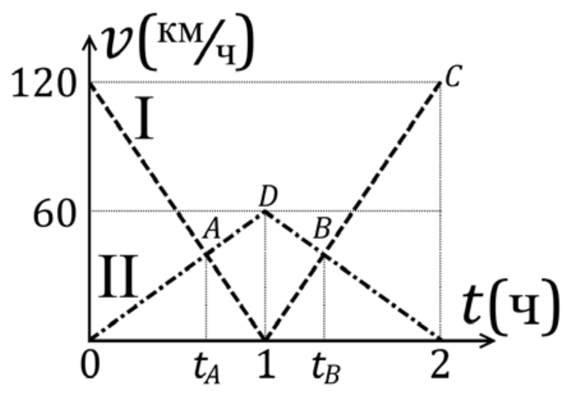
Путь товарного:

$$S_\text{т} = \langle V_\text{т} \rangle_\text{среднее} \cdot t = \frac{V_{\text{т}_\text{max}}}{2} t = \frac{60}{2} \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 2\ \text{ч} = 60\ \text{км}.$$

Откуда наибольшее расстояние между ними:

$$S_\text{max} = S_\text{с} - S_\text{т} = 120 - 60 = 60\ \text{км}.$$

<u>Ответ</u>: максимальное расстояние между поездами $S_\text{max} = 60$ км (достигается в момент $t_C = 2$ часа).



Б) Найдем момент t_B, когда расстояние между поездами минимальное (за 2 час).
Треугольники $1BD$ и $2BC$ (см. рис. 1) – подобные и отличаются по размерам ровно в 2 раза (так как расстояние $1D = 60$, а $2C = 120$). Поэтому интервал $(1, t_B)$ в два раза меньше интервала $(t_B, 2)$, откуда длительность интервала $(1, t_B)$ равна $1/3$ часа.

Удаление между поездами в этот момент легче всего посчитать, наверное, так.
В момент $t_D = 1$ час удаление между поездами равно 30 км (в 2 раза меньше, чем за весь путь, так как графики скоростей $(0, 1)$ и $(1, 2)$ симметричны). На интервале $(1, t_B)$ расстояние *уменьшилось* (товарный двигался быстрее) на площадь треугольника $1BD$:

$$S_{1BD} = \frac{(1, D) \cdot (1, t_B)}{2} = \frac{1}{2} \cdot 60\ \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot \frac{1}{3}\ \text{ч} = 10\ \text{км}.$$

Общее расстояние:

$$S_{\min} = 30\ \text{км} - S_{1BD} = 30 - 10 = 20\ \text{км}.$$

<u>Ответ</u>: минимальное расстояние между поездами $S_{\min} = 20$ км.

3. *Прозрачные шарики*

А) Когда средняя плотность шарика с содержимым сравнивается с плотностью окружающего воздуха, полная сила тяжести шарика сравнивается с силой Архимеда со стороны воздуха:

$$\rho_{\text{возд}} = \rho_{\text{сред}} \implies \rho_{\text{возд}} V g = \rho_{\text{сред}} V g = m_{\text{общ}} g \Leftrightarrow F_{\text{Арх}} = F_{\text{тяж}}.$$

<u>Ответ</u>: шарики отрываются из-за силы Архимеда, как только она начинает превосходить силу тяжести.

<u>Примечание</u>: *то, что это происходит примерно сразу, как только они сравниваются, означает, что другие силы, могущие удерживать шарик (какое-то прилипание, поверхностное натяжение и т.п.) малы и несущественны для задачи.*

Б) Средняя плотность шарика определяется его оболочкой и внутренностью:

$$\rho_{\text{сред}} = \frac{m_{\text{об}} + m_{\text{вн}}}{V_{\text{об}} + V_{\text{вн}}} = \frac{\rho_{\text{об}} V_{\text{об}} + \rho_{\text{вн}} V_{\text{вн}}}{V_{\text{об}} + V_{\text{вн}}}.$$

В силу сказанного в пункте А шарик *всегда* должен отрываться, когда его средняя плотность примерно сравнивается с плотностью окружающего воздуха, которая не меняется, поэтому и $\rho_{\text{сред}}$ в момент отрыва постоянна.

Плотность оболочки $\rho_{\text{об}}$, очевидно, больше $\rho_{\text{сред}} = \rho_{\text{возд}}$, а плотность горячего воздуха $\rho_{\text{вн}}$ – меньше. Если нагрев станет слабее, то $\rho_{\text{вн}}$ возрастет (оставаясь меньше $\rho_{\text{сред}}$), следовательно, чтобы обеспечить (через легкость внутренности) то же самое $\rho_{\text{сред}}$, доля объема, приходящаяся на внутреннее содержимое, должна *возрасти*.

При изменении размеров шарика в N раз его объем $V_{\text{вн}}$ изменяется как N^3, а объем оболочки $V_{\text{об}}$ – пропорционально площади, то есть N^2.

То есть с ростом шарика ($N > 1$) *доля* $V_{\text{вн}}$ растет быстрее, что нам и нужно.
<u>Ответ</u>: при ослаблении нагрева внутреннего воздуха будут отрываться шарики *большего* размера.

4. *Трость Рассеянного с улицы Бассейной*

А) Точка A – точка равновесия рычага. Самый простой способ записать условия равновесия, видимо, такой – набалдашник (массы m) уравновешивает деревянную часть (массы M), сила тяжести которой приложена к точке O – центру масс палки:

$$BO = \frac{1}{2}l = 0{,}75 \text{ м} \implies AO = BO - AB = 0{,}25 \text{ м}.$$

По правилу рычага:

$$mg \cdot AB = Mg \cdot AO \implies mg \cdot 0{,}5 = Mg \cdot 0{,}25 \implies M = 2m.$$

А поскольку $m + M = M_{\text{трости}} = 4{,}5$ кг, то

$$\begin{cases} m = 1{,}5 \text{ кг} \\ M = 3 \text{ кг} \end{cases}$$

Ответ: масса набалдашника $m = 1{,}5$ кг.

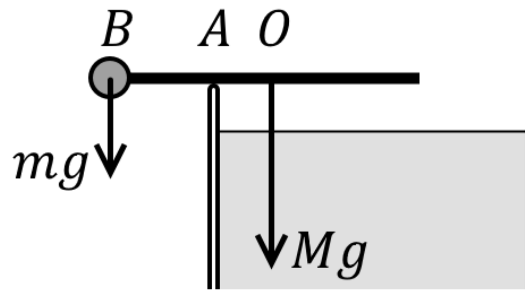


Рисунок А

Б) На погруженную часть стержня (участок AC) действует сила Архимеда

$$F_{\text{Арх}} = \rho_{\text{в}} V_{AC} g,$$

а так как $AC = l - AB = 1$ м, то

$$\frac{V_{AC}}{V} = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{1{,}5} = \frac{2}{3},$$

где V – общий объем палки.

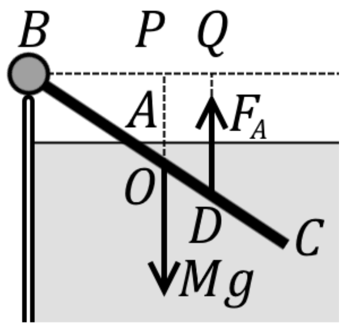


Рисунок Б

Итак, сила Архимеда равна

$$F_{\text{Арх}} = \rho_{\text{в}} \cdot \frac{2}{3} V g,$$

сила тяжести палки

$$Mg = \rho_{\text{д}} V g,$$

где $\rho_{\text{д}}$ – плотность дерева.

Сила Архимеда приложена к центру погруженной части – точке D: $AD = DC = 0{,}5$ м, весь рычаг теперь опирается на набалдашник (точку B), поэтому, по правилу рычага, запишем условие равновесия:

$$Mg \cdot BO = F_{\text{Арх}} \cdot BD, \qquad (*)$$

где $BD = DA + AD = 1$ м.

$$Mg \cdot 0{,}75 = F_{\text{Арх}} \cdot 1 \iff \rho_{\text{д}} V g \cdot 0{,}75 = \frac{2}{3}\rho_{\text{в}} V g \cdot 1 \implies$$

$$\implies (\text{сокращая}) \ \boxed{\frac{3}{4}\rho_{\text{д}} = \frac{2}{3}\rho_{\text{в}}} \iff \rho_{\text{д}} = \frac{8}{9}\rho_{\text{в}} = 980 \ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: плотность красного дерева в трости $\rho_{\text{д}} = 980 \ \text{кг/м}^3$.

Примечание: *строго говоря, правило рычага (уравнение $(*)$) в случае наклонного рычага должно учитывать не длины BO и BD, но лишь перпендикулярные плечи сил, то есть BP и BQ. Однако отношение $BP : PQ = BO : BD = 0{,}75 : 1 = 3/4$, поэтому соотношение в рамке и ответ остаются теми же.*