

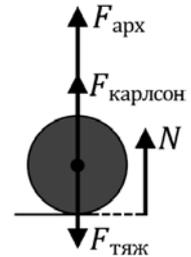
Решение вступительной работы в ФТШ по физике

9 класс, 2018 год

1. Карлсон насолил

Рассмотрим все силы, действующие на шар, лежащий на дне колодца. Вверх на шар действуют три силы: сила Архимеда, сила с которой Карлсон поднимает шар, а также сила реакции опоры, наличие которой и означает что шар лежит на дне. Так как шар находится в состоянии покоя, сумма всех сил, действующих вверх, должна быть равна сумме всех сил, действующих вниз:

$$F_{\text{Арх}} + F_{\text{Карлсон}} + N = F_{\text{тяж}}$$



Как уже было сказано, условием того, что шар лежит на дне, является наличие силы реакции опоры. С точки зрения уравнения, это условие может быть записано как $N > 0$. Учитывая это, мы для первого случая получаем выражение

$$F_{\text{тяж}} - F_{\text{Арх}} - F_{\text{Карлсон}} > 0$$

или, что то же самое,

$$F_{\text{тяж}} > F_{\text{Арх}} + F_{\text{Карлсон}}$$

Подставляя в это выражение формулу для силы тяжести $F_{\text{тяж}} = m_{\text{шар}}g = \rho_{\text{шар}}gV_{\text{шар}}$ и формулу для силы Архимеда $F_{\text{Арх}} = \rho_{\text{в}}gV_{\text{шар}}$, получим

$$\rho_{\text{шар}}gV_{\text{шар}} > \rho_{\text{в}}gV_{\text{шар}} + F_{\text{Карлсон}}$$

Поделив правую и левую часть неравенства на $gV_{\text{шар}}$, получим

$$\rho_{\text{шар}} > \rho_{\text{в}} + \frac{F_{\text{Карлсон}}}{gV_{\text{шар}}}$$

Подставляя числа, получаем

$$\rho_{\text{шар}} > 1000 + \frac{1000}{10 \cdot 0,5} = 1200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Для того, чтобы аналогично рассмотреть второй случай, нам нужно узнать, какая плотность воды получилась после высыпания туда соли. Для этого нужно найти объем и массу соленой воды.

Так как при высыпании одного пакета соли уровень воды поднимался на 1 см, после высыпания 50 пакетов высота воды в колодце будет 2,5 м. Объем этой воды будет, соответственно, равен $V_{\text{сол.в}} = 2,5 \text{ м} \cdot 1 \text{ м}^2 = 2,5 \text{ м}^3$.

Масса же этой воды складывается из массы соли, которая равна $m_{\text{соль}} = 50 \cdot 16 = 800 \text{ кг}$, и массы воды, которую можно посчитать, перемножив первоначальный объем воды на ее плотность: $m_{\text{пр.в}} = 2 \text{ м}^3 \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 2000 \text{ кг}$.

Итого плотность получившейся соленой воды будет равна

$$\rho_{\text{сол.в}} = \frac{2000 \text{ кг} + 800 \text{ кг}}{2,5 \text{ м}^3} = 1120 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Используя рассуждения, аналогичные тем, что были в первом пункте, но учтя, что в данном случае шар должен всплыть, получим

$$\rho_{\text{шар}} < \rho_{\text{сол.в}} + \frac{F_{\text{Карлсон}}}{gV_{\text{шар}}} \Leftrightarrow \rho_{\text{шар}} < 1120 + \frac{1000}{10 \cdot 0,5} = 1320 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Ответ: плотность шара могла быть от 1200 кг/м^3 до 1320 кг/м^3 .

2. Кабель с повреждением

Обозначим расстояние от батареи до места повреждения x , а сопротивление кабеля в месте пробоя – r . В первом случае при разомкнутых концах кабеля ток может протекать только через повреждение, которое можно на схеме изобразить резистором с сопротивлением r . Тогда сопротивление кабеля в первом случае складывается из сопротивления двух проводов длиной x каждый и сопротивления пробоя:

$$R_1 = 2\rho x + r = \frac{U}{I_1} = 15 \text{ Ом.}$$

Во втором случае параллельно месту пробоя подключается кабель длиной $2(L - x)$:

$$R_2 = 2\rho x + \frac{r \cdot 2\rho(L - x)}{r + 2\rho(L - x)} = \frac{U}{I_2} = 8\frac{1}{3} \text{ Ом.}$$

- А) Далее из этих формул получаем квадратное уравнение для x , решая которое, получаем два корня:

$$x_{12} = \frac{R_2 \pm \sqrt{(R_2 - R_1)(R_2 - 2\rho L)}}{2\rho}.$$

Подставляя числа, вычисляем два возможных значения величины: $x_1 = 2$ км и $x_2 = 4,7$ км. Но второе значение невозможно, так как оно превышает длину кабеля.

Ответ: $x = 2$ км.

- Б) Найдя место повреждения x , из сопротивления кабеля R_1 легко выражаем сопротивление изоляции в месте пробоя.

Ответ: $r = 10$ Ом.

3. Кофе с мороженым

- А) Теплота, необходимая для таяния мороженого, пропорциональна его массе: $Q = \lambda m$. Поэтому при увеличении радиуса шарика в $N = 2$ раза его объем, масса и необходимая теплота увеличиваются в $N^3 = 8$ раз.

В то же время скорость теплопередачи от кофе к шарiku зависит от площади, то есть увеличивается только в $N^2 = 4$ раза. Поэтому малый шарик тает быстрее большого.

Если мы еще учтем, что в малой чашке кофе сильнее остывает, а значит, время таяния удлинится, то получим **ответ:**

t (мин)	4	5	X	много
Опыт	МБ	ММ	ББ	БМ

- Б) Для нахождения времени X сравним ситуации **ММ** и **ББ**, которые полностью подобны (по размерам и шарика, и чашки). Полная теплоемкость большой чашки ($C_{\text{полн}} = CM$) в 8 раз больше малой, так же, как и теплоты плавления соответствующих шариков, а вот скорости теплопередач отличаются только в 4 раза. Поэтому, если «растянуть» время таяния ровно в 2 раза (то есть одной секунде в **ММ** сопоставить 2 секунды в **ББ**), то картины таяния шариков будут изменяться полностью подобно.

Значит, время полного таяния **ББ** соответствует времени полного таяния **ММ** при таком двукратном растяжении, а в реальности $X = 5 \cdot 2 = 10$ минут.

Ответ: $X = 10$ минут.

4. Электролиз водорода

Пусть при пропускании заряда $q_э$ выделилась масса водорода m (отметим также, что их отношение постоянно для любых количеств). Мощность электрического тока $P = UI$, а его работа $A = Pt = UIt = U \cdot q_э$. При сжигании водорода выделится тепло $Q = q_{уд} \cdot m$, что и есть полезная энергия.

А) Отсюда находим КПД процесса:

$$\eta = \frac{Q}{A} \cdot 100\% = \frac{q_{уд} \cdot m}{U \cdot q_э} \cdot 100\% = \frac{120 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 96} \cdot 100\% = 25\%.$$

Ответ: КПД процесса равен 25%.

Б) Как известно, невозможно получить КПД больше 100%, то есть получить больше тепла, чем затраченная для получения работа:

$$Q \leq A \Leftrightarrow q_{уд} \cdot m \leq q_э \cdot U \Rightarrow U \geq \frac{q_{уд} \cdot m}{q_э} = \frac{120 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6}}{96} = 1,25 \text{ В.}$$

Ответ: минимальное пороговое напряжение электролиза $U_{min} = 1,25$ Вольт.

Замечание: использованный в названии задачи термин «электролиз водорода» является некорректным с научной точки зрения и является лишь «укороченным» объединением понятий «электролиз воды» и «синтез водорода».