

Вступительная работа по ФИЗИКЕ. 7 класс. 2021 год

1. Подлодка «Беда»

Капитан Врунгель, спасаясь от гангстеров, задрал все люки и превратил свою шхуну «Беда» в подводную лодку. Дырки от пуль гангстеров имели «правильный» размер, и он заткнул их пробками от бутылок. Пробка бутылки имеет площадь $S = 2 \text{ см}^2$ и удерживается в отверстии силой $F \approx 100 \text{ Н}$. На какую максимальную глубину могла погрузиться подлодка «Беда»?

2. Несмеянин день

Царевна Несмеяна плачет горячими слезами на берегу глубокого пруда, куда она уронила свою любимую куклу. Площадь пруда $S = 50 \text{ м}^2$, его средняя глубина $h = 2 \text{ м}$, а плотность куклы $\rho = 1,1 \text{ г/см}^3$. Сколько слезинок должна пролить Несмеяна, чтобы кукла могла всплыть?

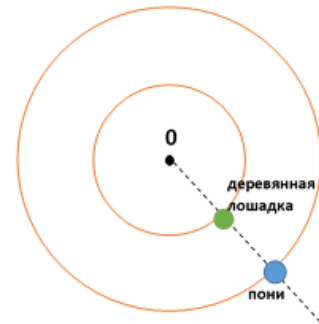
Известно, что средняя масса одной капли-слезинки царевны равна $m_1 = 1 \text{ г}$, и при этом слезинка содержит, кроме воды, 200 мг растворённой соли. Считайте, что при растворении каждых 2 мг соли объём раствора увеличивается на 1 мм^3 .

3. Пони бежит по кругу

Пони бежит по кругу со скоростью $v_{\text{п}} = 36 \text{ км/ч}$ вокруг карусели. Каждые $t_1 = 12$ секунд он обгоняет деревянную лошадку, которая вращается вместе с каруселью по окружности в 2 раза меньшего радиуса, чем радиус бега пони. Известно, что карусель делает 1 оборот за время $t_2 = 8$ секунд.

- А) Найдите скорость $v_{\text{л}}$ деревянной лошадки.
Б) В момент, когда пони в очередной раз обогнал лошадку, карусель начала равномерно тормозить и ровно через $t_0 = 7$ секунд остановилась. Успел ли пони за это время обогнать лошадку ещё раз? Ответ объясните.

(Пони обгоняет лошадку в тот момент, когда они оказываются на одной линии с центром вращения, как изображено на рисунке.)



4. Воздухоплаватели

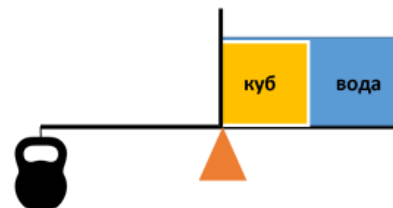
При небольших изменениях температуры плотность любого газа можно приблизительно рассчитывать по формуле $\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{t^\circ}{270}\right)$, где t° - температура газа в градусах Цельсия, а ρ_0 - его плотность при 0°C .

- А) Как-то, при температуре окружающего воздуха 20°C , Винни-Пух массой $M = 40 \text{ кг}$ надул воздушный шар и отправился в полёт. Оцените объём его воздушного шара. Известно, что температура воздуха, выдыхаемого Винни-Пухом $t_1 = 36^\circ\text{C}$, а плотность воздуха при 0°C $\rho_0 \approx 1,35 \text{ кг/м}^3$.
Б) Винни надул шарик не только себе, но и - подходящего размера - своему другу Пятачку (масса Пятачка $m = 5 \text{ кг}$). Они отправились в полёт, находясь при этом на одной высоте. Кто из друзей вынужден был первым начать снижаться из-за остывания воздуха в своем шаре? Ответ поясните.

5. Аквариум с кубом

На равноплечем рычаге уравновешены гиля массой $m = 0,9 \text{ кг}$ и прямоугольный лёгкий аквариум, по длине равный половине всей длины рычага; половину объёма аквариума заполняет вода, а половину - приклеенный ко дну куб плотности $0,6 \text{ г/см}^3$.

- А) Найдите длину стороны куба.
Б) В какой-то момент куб отклеился от дна и всплыл. Как надо изменить массу гири, чтобы равновесие не нарушилось?



Если нужно, во всех задачах считайте $g = 10 \text{ Н/кг}$, плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Решения вступительной работы по физике. 7 класс. 2021 год

1. Подлодка «Беда» (баллы: 3+1)

Давление воды на глубине h :

$$P_{\text{воды}} = P_0 + \rho gh$$

Давление внутри «подлодки»:

$$P_{\text{лодки}} = P_0, \text{ где } P_0 - \text{давление атмосферы}$$

Разность этих давлений создаёт вдавливающую силу на пробку:

$$F_1 = (P_{\text{воды}} - P_{\text{лодки}})S = \rho ghS$$

Сила F_1 не должна превышать силу F , удерживающую пробку (иначе пробка вдавится и внутрь лодки хлынет вода), отсюда:

$$\rho ghS \leq F \Rightarrow h \leq \frac{F}{\rho gS} \approx \frac{100}{1000 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 50 \text{ (м)}$$

Ответ: лодке «Беда» нельзя погружаться глубже, чем на 50 метров

2. Несмеянин день (баллы: 5+1)

Воды в 1 слезе Несмеяны

$$m_{\text{в}} = m_1 - m_{\text{соли}} = 1 - 0,2 = 0,8 \text{ (г)}$$

И значит, объём воды в слезе был

$$V_{\text{в}} = m_{\text{в}}/\rho_{\text{в}} = 0,8 \text{ (см}^3\text{)}$$

По условию при растворении 2 мг соли объём увеличивается на 1 мм^3 , поэтому при растворении 200 мг объём увеличился на $\Delta V = 100 \text{ (мм}^3\text{)} = 0,1 \text{ (см}^3\text{)}$.

Отсюда объём 1 слезинки $V_1 = V_{\text{в}} + \Delta V = 0,9 \text{ (см}^3\text{)}$.

Пусть Несмеяна выплакала N слезинок. Тогда масса воды в пруду станет

$$M = M_0 + Nm_1$$

где $M_0 = \rho_{\text{в}}V_0 = \rho_{\text{в}}Sh$ - масса исходной пресной воды в пруду, N - количество слезинок.

Объём пруда станет $V = V_0 + NV_1 = Sh + NV_1$

Чтобы кукла всплыла, плотность ставшей солёной от несмеянинных слёз воды в пруду должна превысить плотность куклы:

$$\rho_{\text{солёной воды}} = \frac{M}{V} > \rho_{\text{к}} \Rightarrow M > V\rho_{\text{к}}$$

Тогда

$$(M_0 + Nm_1) > \rho_{\text{к}}(V_0 + NV_1)$$

$$N(m_1 - V_1\rho_{\text{к}}) > \rho_{\text{к}}V_0 - M_0 = (\rho_{\text{к}} - \rho_{\text{в}})Sh$$

$$N > \frac{(\rho_{\text{к}} - \rho_{\text{в}})Sh}{m_1 - V_1\rho_{\text{к}}}$$

Подставим числа в СИ:

$$N > \frac{(1100 - 1000)50 \cdot 2}{10^{-3} - 1100 \cdot 0,9 \cdot 10^{-6}} = 10^9$$

Ответ: Несмеяне нужно выплакать более миллиарда слезинок.

(Заметим, при этом объём пруда станет $Sh + NV_1 > 50 \cdot 20 + 10^9 \cdot 0,9 \cdot 10^{-6} > 1000 \text{ (м}^3\text{)}$, то есть увеличится больше, чем в 10 раз.)

3. Пони бежит по кругу (А – 3 балла, Б – 4 балла)

За время $t_1 = 12$ с карусель с лошадкой сделает

$$N_{\text{л}} = t_1/t_2 = 12/8 = 1,5 \text{ оборота}$$

Пони за это время вновь догоняет лошадку, то есть он делает на один оборот больше:

$$N_{\text{п}} = N_{\text{л}} + 1 = 2,5 \text{ оборота}$$

Пусть 1 оборот лошадки имеет длину l , тогда путь пони будет $L = 2l$;

Имеем

$$V_{\text{п}} \cdot t_1 = 2,5L = 5l$$

Переведём скорость пони в метры за секунду: $V_{\text{п}} = 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с}$;

И тогда

$$L = V_{\text{п}} \cdot \frac{t_1}{2,5} = 10 \cdot \frac{12}{2,5} = 48(\text{м}) \Rightarrow l = 24(\text{м})$$

Откуда

$$V_{\text{л}} \cdot t_2 = l \Rightarrow V_{\text{л}} = l/t_2 = 24/8 = 3(\text{м/с}) = 10,8(\text{км/ч})$$

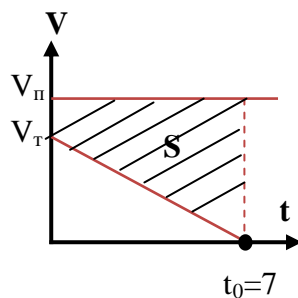
Ответ А: скорость деревянной лошадки $V_{\text{л}} = 3 \text{ м/с} = 10,8 \text{ км/ч}$

Будем смотреть не на движение лошадки Л, а на движение «тени лошадки» Т, которую бы она отбрасывала от фонаря, расположенного в центре вращения 0, на круг, по которому бежит пони (см. рисунок →).

Скорость тени

$$V_{\text{т}} = 2 \cdot V_{\text{л}} = 6(\text{м/с})$$

График перемещения пони и тени после выключения карусели выглядит так:



Чтобы понять, успел ли пони за это время обогнать лошадку ещё раз, нужно сравнить «расстояние отставания» тени от пони за время $t_0 = 7$ секунд (то есть заштрихованную площадь S между графиками скоростей пони и тени) — с длиной L одного круга:

$$S = V_{\text{п}} \cdot t_0 - V_{\text{т}} \cdot \frac{t_0}{2} = (V_{\text{п}} - V_{\text{л}}) \cdot t_0 = (10 - 3) \cdot 7 = 49(\text{м})$$

Так как $S > L = 48(\text{м})$, то тень за 7 секунд отстала от пони больше, чем на один круг и успела до остановки ещё раз упасть на пони. Это и значит, что пони ещё раз догнал лошадку.

Ответ Б: Да, пони успел догнать лошадку.

4. Воздухоплаватели (А – 3 балла, Б – 3 балла)

Плотность наружного воздуха при температуре $t = 20^\circ\text{C}$

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{t}{270}\right)$$

Плотность воздуха в шаре при $t_1 = 36^\circ\text{C}$

$$\rho_1 = \rho_0 \left(1 - \frac{t_1}{270}\right)$$

Суммарная сила тяжести Винни-Пуха и воздуха в шаре уравновешивается силой Архимеда:

$$F_{\text{тяж}} = mg + \rho_1 Vg \Rightarrow M = (\rho - \rho_1)V = \rho_0 V \left(\frac{t_1 - t}{270}\right)$$

Откуда

$$V = \frac{M}{\rho_0} \cdot \frac{270}{t_1 - t} = \frac{40}{1,35} \cdot \frac{270}{36 - 20} = 500 \text{ (м}^3\text{)}$$

Ответ А: объём воздушного шара Винни $V = 500 \text{ (м}^3\text{)}$

Для Пятачка объём его шара

$$V = \frac{m}{\rho_0} \cdot \frac{270}{t_1 - t}$$

То есть объём уменьшится в $M/m = 8 = (2)^3$ раз по сравнению с Винни-Пухом. Это значит, радиус шара уменьшится в 2 раза. Запас тепла в шаре определяется массой тёплого газа, то есть у шара Пятачка он в 8 раз меньше, а скорость остывания зависит от площади оболочки, которая у Пятачка только в $(2)^2 = 4$ раза меньше. Значит, шар Пятачка остынет быстрее и снизится раньше.

Ответ Б: шар Пятачка остынет быстрее и снизится раньше.

5. Аквариум с кубом (А – 3 балла, Б – 3 балла)

Пусть длина стороны куба a , тогда

$$\text{масса куба } m_k = \rho_k a^3$$

$$\text{масса воды } m_b = \rho_b a^3$$

$$\text{А длина плеч: } OA = \frac{a}{2}; OB = \frac{3}{2}a; OC = 2a$$

Запишем правило рычага:

$$m_r \cdot g \cdot 2a = m_k g \frac{a}{2} + m_b g \frac{3a}{2}$$

Разделив это уравнение на $g \cdot a$, получим

$$2m_r = m_k \frac{1}{2} + m_b \frac{3}{2}$$

$$2m_r = \frac{1}{2} \rho_k a^3 + \frac{3}{2} \rho_b a^3$$

Подставляя числовые значения, найдём длину стороны куба

$$2 \cdot 900 = \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot a^3 + \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot a^3 \Rightarrow a^3 = 1000 \Rightarrow a = 10 \text{ (см)}$$

Ответ А: длина стороны куба 10 см

Когда кубик всплывёт, давление воды на дно аквариума во всех точках становится одинаковым, поэтому можно считать, что сила тяжести воды и кубика действует на рычаг в середине аквариума в точке D (см. рисунок).

Запишем правило рычага

$$m_r \cdot g \cdot 2a = (m_k + m_b) g a$$

$$2m_r = m_k + m_b = \rho_k a^3 + \rho_b a^3$$

Отсюда найдём массу гири

$$m_r = \frac{1}{2} (600(0,1)^3 + 1000(0,1)^3) = 0,8 \text{ (кг)}$$

Ответ Б: масса гири должна стать 0,8 кг (уменьшить на 0,1 кг)

