

Решение вступительной олимпиады по физике. 2023. 7 класс.

1. Гена и Чебурашка

Когда Крокодил Гена переплывал с Чебурашкой на спине пресноводное озеро, его тело было погружено в воду на 99%.

А) Найдите плотность Крокодила Гены, если он в 10 раз тяжелее своего друга, который остался сухим. Плотность пресной воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Б) Когда Гена поплыл с другом на спине по соленому морю, его тело погрузилось лишь на 96%. Найдите плотность соленого моря.

Решение:

А) Обозначим массу Крокодила Гены m , его объем V .

Когда Гена переплывает пресноводное озеро, на него вниз действуют его собственная сила тяжести mg и вес Чебурашки $\frac{1}{10}mg$. Вверх действует сила Архимеда, равная $\rho g 0,99V$. В этом выражении $0,99V$ – объем погруженной части Крокодила Гены. Действующие на него силы уравниваются друг друга $mg + \frac{1}{10}mg = 0,99\rho gV$. Отсюда получаем $\frac{11}{10}m = \frac{99}{100}\rho V$, следовательно плотность Крокодила Гены $\rho_{\text{Гены}} = \frac{m}{V} = \frac{9}{10}\rho = 900 \text{ кг/м}^3$.

Ответ А): плотность Крокодила Гены $\rho_{\text{Гены}} = 900 \text{ кг/м}^3$.

Б) Обозначим плотность морской воды $\rho_{\text{м}}$. Тогда, по аналогии с пунктом А можем написать условие равенства вертикальных сил, действующих на Крокодила Гену: $mg + \frac{1}{10}mg = \rho_{\text{м}}g \frac{96}{100}V$. Отсюда получаем, что плотность морской воды $\rho_{\text{м}} = \frac{110}{96} \frac{m}{V} \approx 1030 \text{ кг/м}^3$.

Ответ Б): плотность морской воды $\rho_{\text{м}} \approx 1030 \text{ кг/м}^3$.

2. Ванины машинки

У Вани есть две машинки, которые после включения двигателя начинают равномерно увеличивать скорость на $5 \frac{\text{см}}{\text{с}}$ каждую секунду. Но при этом первая машинка разгоняется до максимальной скорости $v_1 = 40 \frac{\text{см}}{\text{с}}$, а потом едет равномерно, а вторая до максимальной скорости $v_2 = 25 \frac{\text{см}}{\text{с}}$ и далее тоже едет равномерно. Двигатель первой машинки работает время $t_1 = 25 \text{ с}$ от момента включения, а второй $t_2 = 40 \text{ с}$. После прекращения работы двигателя машинки практически сразу же останавливаются.

А) Какая из машинок уезжает дальше от точки старта?

Б) Машинки стартуют одновременно по одной дорожке. Нарисуйте график зависимости смещения первой машинки относительно второй от времени.

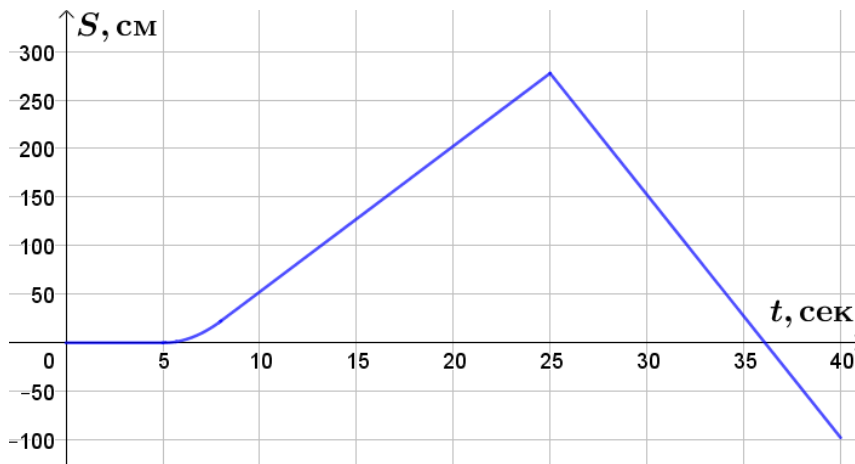
Решение:

А) Первая машинка разгоняется 8 секунд и еще 17 секунд едет с постоянной скоростью. За время разгона скорость линейно по времени возрастает от 0 до 40 см/с , значит средняя скорость за время разгона равна 20 см/с . Всего машинка проезжает $20 \text{ см/с} \cdot 8 \text{ с} + 40 \text{ см/с} \cdot 17 \text{ с} = 840 \text{ см}$.

Вторая машинка разгоняется в течение 5 секунд, значит средняя скорость за время разгона $12,5 \text{ см/с}$. Тогда машинка проезжает $62,5 \text{ см}$ за время разгона и еще $25 \text{ см/с} \cdot 35 \text{ с} = 875 \text{ см}$. Суммарно вторая машинка проезжает $937,5 \text{ см}$, значит вторая машинка уезжает дальше от точки старта.

Ответ А): вторая машинка уезжает дальше.

Б) Первые 5 секунд машинки едут вместе, смещение равно 0. После этого вторая машинка едет с постоянной скоростью, а первая продолжает разгоняться. В момент времени 8 секунд смещение первой машинки относительно второй равно $22,5 \text{ см}$. После 8 секунд обе машинки едут с одинаковыми скоростями и расстояние между ними увеличивается на 15 см за каждую секунду. В момент времени 25 секунд расстояние между машинками $277,5 \text{ см}$. После этого первая машинка останавливается, а вторая ее догоняет, расстояние между ними уменьшается со скоростью 25 см/с . В момент времени $36,1 \text{ секунды}$ расстояние становится равным 0. Дальше вторая машинка уезжает вперед.



3. Неустойчивая скамейка

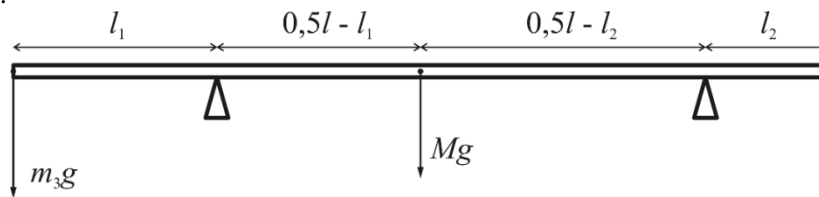
В спортивном зале есть неустойчивая длинная скамейка из массивной однородной доски на двух парах лёгких ножек. Петя может сидеть на правом конце скамейки, а если вместо Пети сядет Миша, то скамейка опрокидывается. Саша может сидеть на левом конце скамейки, а если вместо Саши сядет Коля, то скамейка опрокинется. На правый конец скамейки сел Петя. Смогут ли теперь Миша, Саша и Коля втроем сесть на левый конец скамейки, чтобы она не опрокинулась? Известно, что скамейка легче любого из мальчиков. Самый легкий из мальчиков весит не меньше 40 кг, а самый тяжелый – не больше 60 кг.



Решение:

Будем рассматривать систему из скамейки и сидящих на ней мальчиков. На систему действуют сила тяжести самой скамейки Mg , силы тяжести мальчиков mg , а также силы реакции опор. Когда скамейка опрокидывается, у скамейки остается только одна опора, ближайшая к мальчику. Вторая опора отрывается от пола. Тогда относительно оставшейся опоры момент силы тяжести мальчика больше, чем момент силы тяжести скамейки.

Обозначим расстояние от левой опоры до края скамейки за l_1 , расстояние от правой опоры до края скамейки за l_2 . Массы Пети, Миши, Саши и Коли – как m_1, m_2, m_3 и m_4 соответственно. Тогда условие того, что Саша может сидеть на левом конце скамейки, запишется так: $m_3gl_1 < Mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right)$. Из того, что масса Саши больше массы скамейки, получаем условие $l > 4l_1$.



Теперь рассмотрим моменты сил, когда на правом конце сидит Петя, а на левом конце скамейки трое оставшихся ребят. Очевидно, что если Петя не опрокидывает пустую скамейку, то опрокинуться она может только в левую сторону. Поэтому будем считать моменты сил относительно левой опоры. Нужно сравнить моменты сил

$$(m_2 + m_3 + m_4)gl_1 ? Mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right) + m_1g(l - l_1)$$

Докажем, что скамейка останется в равновесии, то есть что выражение в правой части больше. Мы знаем, что Саша не перевешивает пустую скамейку, следовательно $m_3gl_1 < Mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right)$. Выше мы получили условие $l > 4l_1$, следовательно $l - l_1 > 3l_1$. Также известно, что масса Пети не меньше 40 кг, а масса Миши и Коли вместе не больше 120 кг, следовательно верно неравенство $(m_2 + m_4)gl_1 < m_1g(l - l_1)$. Тогда получаем, что

$$(m_2 + m_3 + m_4)gl_1 < Mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right) + m_1g(l - l_1),$$

то есть скамейка не опрокинется.

Ответ: скамейка не опрокинется.

4. Как тонул «Титаник»

Для съемки видео, как «Титаник» тонул под водой, сделали из тех же материалов уменьшенную в 1000 раз по всем размерам копию корабля.

А) Если бы копия тонула в том же месте, что и сам корабль, раньше или позже она достигла бы дна? Ответ обоснуйте.

Б) В реальности стали снимать видео, как модель тонет в воде бассейна. Правдоподобное ли получилось видео?

Примечание: видео правдоподобно, если и корабль, и копия опускаются в воде на расстояние, равное длине своего корпуса, за равное время. Сила сопротивления движению в воде пропорциональна площади корпуса S и скорости погружения v : $F = kSv$, где k – параметр, одинаковый для корабля и модели.

Решение:

Обозначим массу модели m , объем модели V . Модель корабля меньше по всем размерам в 1000 раз, следовательно, объем реального корабля $1000^3 \cdot V$. Если модель сделана из тех же материалов, то модель имеет ту же среднюю плотность. Следовательно, масса реального корабля больше в 1000^3 раз и равна $1000^3 \cdot m$.

Когда модель корабля тонет в воде, её скорость достаточно быстро устанавливается. Это связано с тем, что вес модели уравновешивается силой сопротивления со стороны воды $mg - F_A = kSv$. Силу Архимеда можно выразить через объем модели: $mg - \rho gV = kSv$.

А) Площадь корабля будет пропорциональна квадрату линейного размера. Если площадь модели S , то площадь корабля равна $1000^2 \cdot S$. Если для модели при какой-то скорости движения силы уравновешены, то для реального корабля сила тяжести и сила Архимеда возрастут в 1000^3 раз, а сила сопротивления при той же скорости движения вырастет пропорционально площади, в 1000^2 раз. Следовательно, для реального корабля силы не будут

скомпенсированы и корабль будет увеличивать свою скорость. Значит реальный корабль будет погружаться быстрее и раньше достигнет дна.

Ответ А): реальный корабль раньше достигнет дна.

Б) Аналогично пункту А можно записать условие равенства сил при равномерном погружении корабля и модели $mg - \rho gV = kSv$. Из этого условия находим установившуюся скорость движения модели $v = \frac{mg - \rho gV}{kS}$ и корабля $\frac{1000^3 mg - \rho g 1000^3 V}{k 1000^2 S} = 1000v$. Установившееся движение модели будет выглядеть правдоподобно, потому что расстояния, которые корабль и модель проходят за равные промежутки времени, будут относиться как линейные размеры корабля и модели.

Но процесс установления скорости у модели будет занимать меньше времени, чем у настоящего корабля. Большому кораблю потребуется больше времени, чтобы набрать скорость. Поэтому процесс начала движения будет выглядеть неправдоподобно.

Ответ Б): в начале неправдоподобно, а потом правдоподобно.