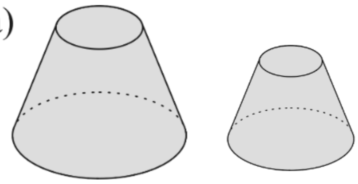
Решение вступительной олимпиады по физике. 2023. 8 класс.

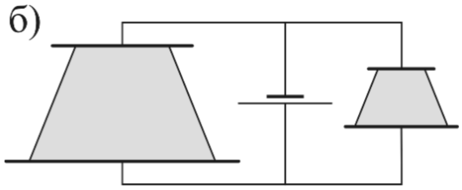
1. Плавление конусов

Для исследования электрических свойств некоторого материала из него сделали 2 усеченных конуса (рис. а), а затем зажали их основания между металлическими пластинами и подали постоянное напряжение (рис. б) Через некоторое время вещество конусов стало плавиться.

А) В каком месте начнут плавиться конусы? Ответ обоснуйте.

Б) Малый конус начал плавиться через $t_1 = 72$с после подключения напряжения. Через какое время начнет плавиться большой, все размеры которого в $n = 1{,}5$ раза больше? Теплопроводность и теплоотдачу конусов считайте малой.





Решение:

А) Разобьем мысленно конусы на круглые диски малой толщины h. Они соединены последовательно, поэтому через них течет одинаковый ток I, при этом на диске выделяется мощность $P = I^2 \cdot R$, где $R = \rho \cdot \frac{h}{S}$ – сопротивление диска (здесь ρ – удельное сопротивление материала, а S – площадь диска). Чем площадь меньше, тем сопротивление больше, а значит, и выделяющаяся мощность больше. Конус начнет плавиться в самом нагретом, то есть самом узком месте.

2-я, дополнительная, причина: в более узком месте и масса диска, и его площадь теплоотдачи меньше. Потому такой слой нагреется сильнее.

Замечание. Строго говоря, если тепло может уходить через металлические пластины, начнет плавиться не самый верхний слой конуса, касающийся пластины, а непосредственно следующий за ним (по условию, теплопроводность самого материала конусов мала.)

Ответ А): конусы начнут плавиться в более узкой части, то есть сверху (см. рис), где их площадь меньше.

Б) При увеличении всех размеров в $n = 1{,}5$ раза, длина конуса (и каждого его слоя) увеличится в 1,5 раза, а площадь – в $n^2 = 1{,}5^2$ раз, тогда сопротивление, согласно формуле $R = \rho \cdot \frac{h}{S}$, уменьшится в 1,5 раза; значит, при *постоянном напряжении* общая мощность $P = U^2/R$ возрастет в 1,5 раза. В то же время масса конуса возрастает пропорционально объему, то есть в $n^3 = 1{,}5^3$ раз. Требуемая теплота нагрева $Q = cM(T_{\text{плавл}} - T_0)$ также возрастет в $1{,}5^3$ раз, а значит, время, требуемое для нагрева $t = Q/P$, (теплоотдачу по условию мы не учитываем) увеличится в $\frac{1{,}5^3}{1{,}5} = 2{,}25$ раза.

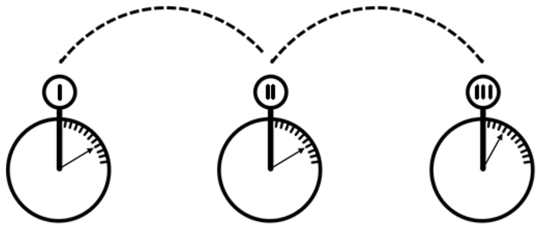
Ответ Б): время плавления 2-го конуса $\boldsymbol{t_2 = 2{,}25 \cdot t_1 = 162}$ с.

2. Удачный бросок

У Вени был заряженный проводящий мячик, который он бросил в школьной лаборатории так удачно, что тот проскакал последовательно по трем стоявшим рядом и исходно незаряженным электрометрам (см. рис). Каждый электрометр затем показал (в условных единицах) заряд, который оказался на нем после отскока мячика. Первый электрометр показал $Q_1 = 36$ единиц заряда, третий показал $Q_3 = 4$ единицы заряда.

А) Какой заряд Q_2 покажет второй электрометр?

Б) Каков был исходный заряд Вениного мячика?



Решение:

А) При каждом столкновении с незаряженным электрометром мячик распределяет тот заряд, какой в этот момент имеет, в какой-то пропорции между собой и электрометром. Значит, его заряд после столкновения уменьшился в некоторое неизвестное n раз, а поэтому и заряд следующего электрометра окажется в n раз меньше. После двух столкновений заряд шарика уменьшился в n^2 раз, и во столько же раз заряд третьего электрометра меньше, чем первого. Тогда $n^2 = \frac{Q_1}{Q_3} = \frac{36}{4} = 9$, откуда $n = 3$. Второй электрометр покажет $Q_2 = \frac{Q_1}{n} = \frac{36}{3} = 12$ единиц заряда.

Ответ А): Второй электрометр покажет $\boldsymbol{Q_2 = 12}$ единиц заряда.

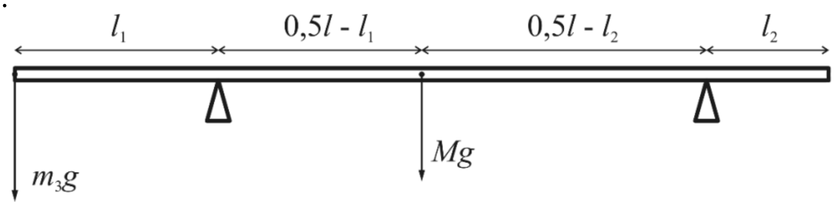
Б) Если при каждом столкновении с незаряженным электрометром заряд мячика уменьшается в $n = 3$ раза, то на электрометре оказывается $\frac{2}{3}$ от бывшего до столкновения заряда мячика. В частности $Q_1 = \frac{2}{3} q_0$, откуда
$q_0 = \frac{3}{2}\, Q_1 = \frac{3}{2} \cdot 36 = 54$ единицы заряда

Ответ Б): начальный заряд мячика $q_0 = 54$ единицы заряда.

3. Неустойчивая скамейка

В спортивном зале есть неустойчивая длинная скамейка из массивной однородной доски на двух парах лёгких ножек. Петя может сидеть на правом конце скамейки, а если вместо Пети сядет Миша, то скамейка опрокидывается. Саша может сидеть на левом конце скамейки, а если вместо Саши сядет Коля, то скамейка опрокинется. На правый конец скамейки сел Петя. Смогут ли теперь Миша, Саша и Коля втроем сесть на левый конец скамейки, чтобы она не опрокинулась? Известно, что скамейка легче любого из мальчиков. Самый легкий из мальчиков весит не меньше 40 кг, а самый тяжелый – не больше 60 кг.

Решение:
Будем рассматривать систему из скамейки и сидящих на ней мальчиков. На систему действуют сила тяжести самой скамейки Mg, силы тяжести мальчиков mg, а также силы реакции опор. Когда скамейка опрокидывается, у скамейки остается только одна опора, ближайшая к мальчику. Вторая опора отрывается от пола. Тогда относительно оставшейся опоры момент силы тяжести мальчика больше, чем момент силы тяжести скамейки.
Обозначим расстояние от левой опоры до края скамейки за l_1, расстояние от правой опоры до края скамейки за l_2. Массы Пети, Миши, Саши и Коли – как m_1, m_2, m_3 и m_4 соответственно. Тогда условие того, что Саша может сидеть на левом конце скамейки, запишется так: $m_3 g l_1 < Mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right)$. Из того, что масса Саши больше массы скамейки, получаем условие $l > 4l_1$.



Теперь рассмотрим моменты сил, когда на правом конце сидит Петя, а на левом конце скамейки трое оставшихся ребят. Очевидно, что если Петя не опрокидывает пустую скамейку, то опрокинуться она может только в левую сторону. Поэтому будем считать моменты сил относительно левой опоры. Нужно сравнить моменты сил

$$(m_2 + m_3 + m_4) g l_1 \,?\, Mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right) + m_1 g (l - l_1)$$

Докажем, что скамейка останется в равновесии, то есть что выражение в правой части больше. Мы знаем, что Саша не перевешивает пустую скамейку, следовательно $m_3 g l_1 < Mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right)$. Выше мы получили условие $l > 4l_1$, следовательно $l - l_1 > 3l_1$. Также известно, что масса Пети не меньше 40 кг, а масса Миши и Коли вместе не больше 120 кг, следовательно верно неравенство $(m_2 + m_4) g l_1 < m_1 g (l - l_1)$. Тогда получаем, что

$$(m_2 + m_3 + m_4) g l_1 < Mg\left(\frac{l}{2} - l_1\right) + m_1 g (l - l_1),$$

то есть скамейка не опрокинется.

Ответ: скамейка не опрокинется.

4. Бенгальские огни и апрельские снежки

У Вани были одинаковые бенгальские огни, и еще он слепил несколько снежков. Когда Ваня полюбовался на первый бенгальский огонь и тот догорел, Ваня подождал и воткнул его в первый снежок. Расплавилось m_1= 2 г снега. Затем Ваня зажег второй бенгальский огонь, подождал после того, как тот догорел, на $t = 5$с дольше и воткнул во второй снежок; расплавилось m_2= 400 мг снега. Третий бенгальский огонь Ваня воткнул в снежок, подождав после сгорания еще на $t = 5$с дольше. Какая масса снега расплавится? Все свои опыты Ваня делал в апреле, когда температура воздуха и снега была $T = 0^oC$. Скорость остывания на воздухе потухшего бенгальского огня пропорциональна разности его температуры и температуры воздуха.

Решение:
Когда в снег температуры $T = 0^oC$ погружают погасший, но горячий бенгальский огонь массы M и температуры $T_Б$, плавится масса снега m в соответствии с уравнением теплового баланса:
$Q = c \cdot M \cdot (T_Б - T) = c \cdot M \cdot T_Б = \lambda \cdot m$. (1)

Когда Ваня ждет на 5 сек дольше, температура $T_Б$ из-за остывания оказывается меньше, причем, поскольку по условию $\frac{m_1}{m_2} = N = 5$, то согласно уравнению (1) за эти секунды $T_Б$ уменьшится в $N = 5$ раз и станет $\frac{1}{5} \cdot T_{Б \text{ начальная}}$ ($T_{Б \text{ начальная}}$ - температура, которую имел перед втыканием в снег первый бенгальский огонь). С третьим бенгальским огнем Ваня ждет 10 секунд. За первые 5 секунд температура $T_Б$ снова упала в 5 раз, то есть она стала $\frac{1}{5} \cdot T_{Б \text{ начальная}}$ и уменьшилась на $\frac{4}{5} \cdot T_{Б \text{ начальная}}$. Рассмотрим следующие 5 секунд. Теперь в соответствующие моменты времени разность между $T_Б$ и температурой окружающего воздуха $T = 0^o C$ стала меньше в $N = 5$ раз, поэтому скорость теплоотдачи тоже уменьшилась в $N = 5$ раз (по сравнению с первыми 5 секундами), и за эти 5 секунд бенгальский огонь остынет на $\frac{4}{25} \cdot T_{Б \text{ начальная}}$. Значит, конечная температура третьего огня станет

$$T_{Б3} = \frac{1}{5} \cdot T_{Б \text{ начальная}} - \frac{4}{25} \cdot T_{Б \text{ начальная}} = \frac{1}{25} \cdot T_{Б \text{ начальная}}$$

В соответствии с (1) и количество растаявшего снега уменьшится по сравнению с первым в 25 раз, то есть от третьего бенгальского огня растает $m_3 = \frac{1}{25} m_1 = 80$ мг снега.

Ответ: расплавится $m_3 = 80$ мг снега.