

## Решение вступительной олимпиады по физике. 2023. 9 класс.

### 1. Электровоз и вагоны

Коэффициент трения скольжения железнодорожных колес о рельсы  $\mu = 0,8$ . К электровозу массы  $M = 120$  тонн прицеплено  $n = 12$  одинаковых вагонов массы  $m = 30$  тонн каждый. Такой поезд в течении  $t = 10$  с разогнался с наибольшим возможным ускорением, но затем экстренно затормозил сразу всеми колесами.

А) Нарисуйте график зависимости от времени скорости такого поезда. Какой полный путь он пройдет?

Б) Какой максимальной силы ток будет течь в двигателе этого электропоезда, если он работает от напряжения  $U = 6000$  В? Трение качения и трение в осях колес электровоза и вагонов несущественно. КПД электродвигателя близок к 100%, при торможении двигатель не используется.

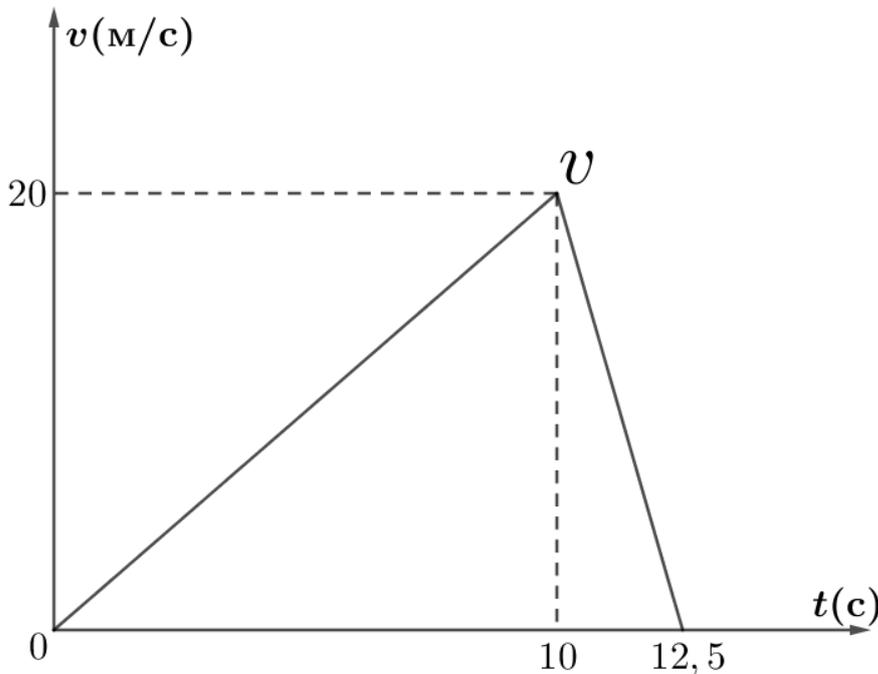
**Решение:**

А) Когда электровоз разгоняется всеми колесами, его максимальная сила тяги равна его максимальной силе трения  $F = \mu N = \mu Mg$ , направленной *вперед* (еще чуть-чуть, и его колеса начнут проскальзывать *назад*). Эта сила трения разгоняет весь состав, причем трение в вагонах по условию несущественно. Итак:

$$\mu Mg = (M + n \cdot m)a \Rightarrow a = \frac{\mu Mg}{M + n \cdot m} = 0,8 \cdot \frac{120\text{т}}{120\text{т} + 12 \cdot 30\text{т}} \cdot 10 = 2 \text{ м/с}^2.$$

Максимально набираемая скорость  $v = at = 20$  м/с. При экстренном торможении всеми колесами максимальная сила трения  $\mu N_{max} = \mu(M + n \cdot m)g$ , максимальное ускорение при торможении  $a_T = -\mu g$  и время торможения  $t_T = \frac{v}{\mu g} = 2,5$  с.

График скорости поезда выглядит так:



Полный путь равен площади под графиком  $v(t)$ , то есть  $S = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t_{\text{общее}} = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 12,5 = 125$  м.

**Ответ А):** Электровоз пройдет  $S = 125$  м.

Б) Поскольку электровоз разогнался с постоянной силой  $F$ , его максимальная механическая мощность достигалась при максимальной скорости и равнялась  $Fv = \mu mgv$ . Так как КПД двигателя равен 100%, такая же максимальная мощность потреблялась от сети, то есть  $U \cdot I = \mu Mg v \Rightarrow I = \frac{\mu Mg v}{U} = \frac{0,8 \cdot 120000 \cdot 10 \cdot 20}{6000} = 3200$  А.

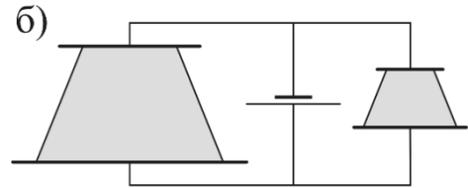
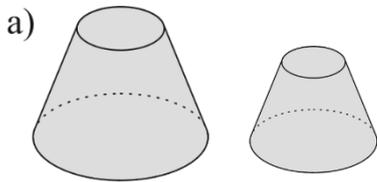
**Ответ Б):** Максимальный ток  $I = 3200$  А.

## 2. Плавление конусов

Для исследования электрических свойств некоторого материала из него сделали 2 усеченных конуса (рис. а), а затем зажали их основания между металлическими пластинами и подали постоянное напряжение (рис. б) Через некоторое время вещество конусов стало плавиться.

А) В каком месте начнут плавиться конусы? Ответ обоснуйте.

Б) Малый конус начал плавиться через  $t_1 = 72\text{с}$  после подключения напряжения. Через какое время начнет плавиться большой, все размеры которого в  $n = 1,5$  раза больше? Теплопроводность и теплоотдачу конусов считайте малой.



### Решение:

А) Разобьем мысленно конусы на круглые диски малой толщины  $h$ . Они соединены последовательно, поэтому через них течет одинаковый ток  $I$ , при этом на диске выделяется мощность  $P = I^2 \cdot R$ , где  $R = \rho \cdot \frac{h}{S}$  – сопротивление диска (здесь  $\rho$  – удельное сопротивление материала, а  $S$  – площадь диска). Чем площадь меньше, тем сопротивление больше, а значит, и выделяющаяся мощность больше. Конус начнет плавиться в самом нагретом, то есть самом узком месте.

2-я, дополнительная, причина: в более узком месте и масса диска, и его площадь теплоотдачи меньше. Потому такой слой нагреется сильнее.

Замечание. Строго говоря, если тепло может уходить через металлические пластины, начнет плавиться не самый верхний слой конуса, касающийся пластины, а непосредственно следующий за ним (по условию, теплопроводность самого материала конусов мала.)

**Ответ А): конусы начнут плавиться в более узкой части, то есть сверху (см. рис), где их площадь меньше.**

Б) При увеличении всех размеров в  $n = 1,5$  раза, длина конуса (и каждого его слоя) увеличится в 1,5 раза, а площадь – в  $n^2 = 1,5^2$  раз, тогда сопротивление, согласно формуле  $R = \rho \cdot \frac{h}{S}$ , уменьшится в 1,5 раза; значит, при постоянном напряжении общая мощность  $P = U^2/R$  возрастет в 1,5 раза. В то же время масса конуса возрастает пропорционально объему, то есть в  $n^3 = 1,5^3$  раз. Требуемая теплота нагрева  $Q = cM(T_{\text{плавл}} - T_0)$  также возрастет в  $1,5^3$  раз, а значит, время, требуемое для нагрева  $t = Q/P$ , (теплоотдачу по условию мы не учитываем) увеличится в  $\frac{1,5^3}{1,5} = 2,25$  раза.

**Ответ Б): время плавления 2-го конуса  $t_2 = 2,25 \cdot t_1 = 162\text{ с}$ .**

## 3. Бенгальские огни и апрельские снежки

У Вани были одинаковые бенгальские огни, и еще он слепил несколько снежков. Когда Ваня полюбовался на первый бенгальский огонь и тот догорел, Ваня подождал и воткнул его в первый снежок. Расплавилось  $m_1 = 2\text{ г}$  снега. Затем Ваня зажег второй бенгальский огонь, подождал после того, как тот догорел, на  $t = 5\text{ с}$  дольше и воткнул во второй снежок; расплавилось  $m_2 = 400\text{ мг}$  снега. Третий бенгальский огонь Ваня воткнул в снежок, подождав после сгорания еще на  $t = 5\text{ с}$  дольше. Какая масса снега расплавится? Все свои опыты Ваня делал в апреле, когда температура воздуха и снега была  $T = 0^\circ\text{C}$ . Скорость остывания на воздухе потухшего бенгальского огня пропорциональна разности его температуры и температуры воздуха.

### Решение:

Когда в снег температуры  $T = 0^\circ\text{C}$  погружают погасший, но горячий бенгальский огонь массы  $M$  и температуры  $T_B$ , плавится масса снега  $m$  в соответствии с уравнением теплового баланса:

$$Q = c \cdot M \cdot (T_B - T) = c \cdot M \cdot T_B = \lambda \cdot m. \quad (1)$$

Когда Ваня ждет на 5 сек дольше, температура  $T_B$  из-за остывания оказывается меньше, причем, поскольку по условию  $\frac{m_1}{m_2} = N = 5$ , то согласно уравнению (1) за эти секунды  $T_B$  уменьшится в  $N = 5$  раз и станет  $\frac{1}{5} \cdot T_{B \text{ начальная}}$  ( $T_{B \text{ начальная}}$  – температура, которую имел перед втыканием в снег первый бенгальский огонь). С третьим бенгальским огнем Ваня ждет 10 секунд. За первые 5 секунд температура  $T_B$  снова упала в 5 раз, то есть она стала  $\frac{1}{5} \cdot T_{B \text{ начальная}}$  и уменьшилась на  $\frac{4}{5} \cdot T_{B \text{ начальная}}$ . Рассмотрим следующие 5 секунд. Теперь в соответствующие моменты времени

разность между  $T_B$  и температурой окружающего воздуха  $T = 0^\circ C$  стала меньше в  $N = 5$  раз, поэтому скорость теплоотдачи тоже уменьшилась в  $N = 5$  раз (по сравнению с первыми 5 секундами), и за эти 5 секунд бенгальский огонь остынет на  $\frac{4}{25} \cdot T_{B \text{ начальная}}$ . Значит, конечная температура третьего огня станет

$$T_{B3} = \frac{1}{5} \cdot T_{B \text{ начальная}} - \frac{4}{25} \cdot T_{B \text{ начальная}} = \frac{1}{25} \cdot T_{B \text{ начальная}}$$

В соответствии с (1) и количество растаявшего снега уменьшится по сравнению с первым в 25 раз, то есть от третьего бенгальского огня растает  $m_3 = \frac{1}{25} m_1 = 80$  мг снега.

**Ответ:** расплавится  $m_3 = 80$  мг снега.

#### 4. Лабораторная с пистолетом

На лабораторной работе школьники стреляют из пневматического пистолета в одинаковые специальные шарики, лежащие на подставках на высоте  $H = 1,8$  м над полом. Пулька застревает в шарике, шарик летит и падает на пол, и школьники измеряют расстояние от нижней точки  $O$  подставки до точки падения. Петя в свой шарик выстрелил горизонтально, а Никита в свой – вверх под углом  $\alpha = 45^\circ$ .

А) Кто из мальчиков измерит большее расстояние? Ответ обоснуйте. Известно, что Петя измерил своё расстояние и получил  $L = 3,6$  м.

Б) Чему равна скорость пульки, если её масса  $m = 1$  г, а масса шарика  $M = 19$  г?

**Решение:**

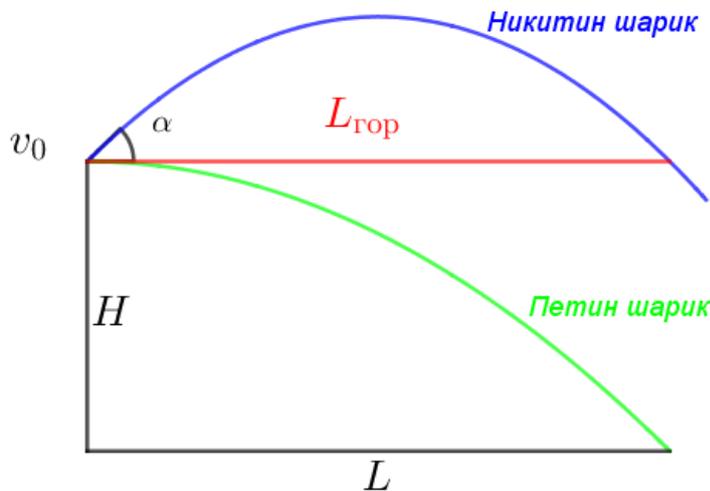
А) После выстрела из пистолета пульки вылетают с одинаковой скоростью  $v$ , значит, после застревания в шариках, они сообщают им одинаковые скорости  $v_0$ . Петин шарик летит горизонтально, его время падения можно найти из

уравнения  $\frac{gt^2}{2} = H$ , откуда  $t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 0,6$  с. За это время шарик по горизонтали пролетит расстояние  $L = v_0 \cdot t$ ,

значит  $v_0 = \frac{L}{t} = 6 \frac{м}{с}$ . Если Никитин шарик полетит с такой скоростью под углом  $\alpha = 45^\circ$  (см. рис), то он пролетит по

параболе до достижения той же высоты расстояние по горизонтали, равное  $L_{гор} = 2 \frac{v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v_0^2}{g} = 3,6$  м, то

есть столько же, сколько всего пролетел Петин шарик. Никитин шарик после этого будет еще продолжать падать, то есть в итоге упадет дальше.



**Ответ А):** Никита измерит большее расстояние.

Б) По закону сохранения импульса

$$mv = (m + M)v_0 \Rightarrow v = \frac{m+M}{m} \cdot v_0 = 20v_0 = 120 \frac{м}{с}$$

**Ответ Б):** Скорость пульки  $v = 120 \frac{м}{с}$ .