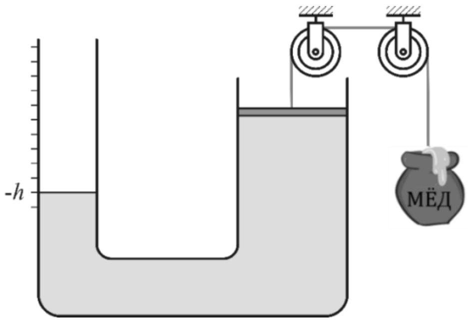
Решение вступительной олимпиады по физике. 8 класс. 2024

1. *Винни-Пух взвешивает мёд*



У Винни-Пуха был «вкусный взвешиватель», то есть заполненная сладким сиропом плотности $\rho_с = 1{,}2$ г/см^3 трубка с делениями, сообщающаяся с сосудом, закрытым легким поршнем. Когда поршень был никак не нагружен, уровень сиропа стоял на отметке "0". После этого Винни-Пух прикрепил к взвешивателю горшочек с мёдом, и уровень сиропа оказался на некоторой отрицательной отметке "-*h*" (см. рис.). Винни подумал и «улучшил» взвешиватель, то есть выпил из трубки и сосуда весь сироп и налил на его место такой же объем воды ($\rho_в = 1$ г/см^3), а затем повторил взвешивание.

А) Повысился или опустился уровень жидкости в трубке? Обоснуйте ответ.

Б) После этого Винни-Пух в задумчивости съел 3/4 всего мёда в горшочке. К его удивлению, граница жидкости в трубке снова оказалась на отметке "-*h*". Сколько мёда съел Винни-Пух, если масса пустого горшочка $m = 800$ г?

Ответ: А) уровень h воды в трубке понизится; **Б)** 171,5 г.

Решение: А) В начале (сообщающиеся сосуды) уровни жидкости в левой трубке и правом сосуде были равны (отметка 0). Пусть $H -$ расстояние, на которое поднимется поршень в правом сосуде. Тогда разность уровней будет $h + H$, а давление, создаваемое снизу жидкостью на поршень, будет определяться разностью атмосферного давления и давления столба жидкости $P = P_0 - \rho g(h + H)$, а сила, действующая на поршень равна PS (где S – площадь сосуда справа). Она уравновешивает силу атмосферного давления $P_0 S$ и (действующую вверх!) силу натяжения нити, удерживающую вес горшочка с медом $(m + M)g$. Итак: $P_0 S - \rho g(h + H)S = P_0 S - (m + M)g$ или

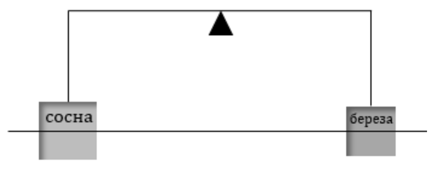
$$\rho g(h + H)S = (m + M)g \ (*).$$

«Улучшение», то есть замена сиропа на воду, уменьшит плотность ρ, и потому разность уровней $h + H$ для сохранения баланса должна возрасти, значит уровень жидкости понизится.

Замечание: объем опустившейся воды слева равен объему поднятой над поршнем воды справа, то есть:$hs = HS$ (где s – площадь трубки слева), поэтому величины h и H пропорциональны и рост $h + H$ означает рост h (уменьшение $-h$).

Б) Когда сироп заменился на воду, но уровни остались те же, величина H тоже не изменится, но в уравнении (1) плотность ρ заменится на ρ_0 – плотность воды, а масса меда M заменится на оставшуюся после размышлений Винни Пуха $\frac{1}{4}M$. Итак: $\rho_0 g(h + H)S = \left(m + \frac{1}{4}M\right) g \ (**)$. Поделив $(*)$ на $(**)$, получим $\frac{\rho}{\rho_0} = 1{,}2 = (m + M) \ / \left(m + \frac{1}{4}M\right)$, откуда $M = \frac{2}{7}m$. Тогда Винни съел $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7}m = \frac{3}{14}m \approx 171{,}5$ г.

2. *Равновесие кубиков*



На лёгком рычаге с отношением плеч $3 : 2$ уравновесили два деревянных кубика. На коротком плече подвесили кубик из сосны, а на длинном – кубик из карельской берёзы. Затем кубики на половину их объема погрузили в некоторую жидкость, а точку опоры сместили в центр рычага, для сохранения равновесия (см. рис.). Определите плотность этой жидкости. Известно, что плотность сосны $\rho_1 = 500 \ кг/м^3$, плотность карельской берёзы $\rho_2 = 750 \ кг/м^3$.

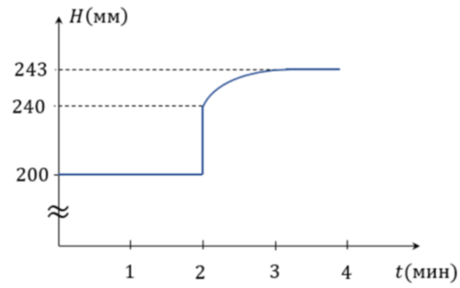
Ответ: $600 \frac{кг}{м^3}$.

Решение: Пусть плотность неизвестной жидкости равна ρ, объемы кубиков: из сосны $- V_1$, из березы $- V_2$, их массы -- m_1 и m_2, а плечи рычага были равны $2L$ и $3L$, а стали (равными между собой) $2{,}5L$ и $2{,}5L$. Правило рычага до погружения в воду: $m_1 g \cdot 2L = \rho_1 V_1 g \cdot 2L = \rho_2 V_2 g \cdot 3L = m_2 g \cdot 3L \ (*)$. После погружения в воду на половину объема каждого появятся силы Архимеда: $(m_1 g - F_{A1}) \cdot 2{,}5L = (\rho_1 V_1 g - \frac{1}{2}\rho V_1 g) \cdot 2{,}5L = (\rho_2 V_2 g - \frac{1}{2}\rho V_2 g) \cdot 2{,}5L \ (**)$.

Из уравнения $(*)$ получим $V_1 = \frac{3\rho_2}{2\rho_1} \cdot V_2 = \frac{9}{4}V_2$, и подставив в уравнение $(**)$, получим $\frac{9}{4}\left(\rho_1 - \frac{1}{2}\rho\right) = \rho_2 - \frac{1}{2}\rho$, откуда $\frac{9}{4}\rho_1 - \rho_2 = \frac{5}{8}\rho$ плотность жидкости $\rho = \frac{8}{5} \cdot \left(\frac{9}{4} \cdot 500 - 750\right) = 600 \frac{кг}{м^3}$.

3. *Холодная фигурка*

В лаборатории был высокий цилиндрический сосуд с делениями, в который было налито $M = 400$ г воды при температуре $T_0 = 0$°С. В какой-то момент для опыта взяли сильно охлажденную алюминиевую фигурку и погрузили ее в воду. В результате получили график зависимости уровня воды в сосуде от времени (см. рис.). С помощью этого графика:



А) Найдите массу фигурки.

Б) Найдите начальную температуру фигурки.

Если нужно: считайте известными плотности воды $\rho_в = 1$ г/см^3, льда $\rho_л = 0{,}9$ г/см^3 и алюминия $\rho_а = 2{,}7$ г/см^3, их удельные теплоемкости $c_в = 4{,}2\ \frac{Дж}{г\cdot°С}$, $c_л = 2{,}1\ \frac{Дж}{г\cdot°С}$ и $c_а = 0.9\ \frac{Дж}{г\cdot°С}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 333\ \frac{Дж}{г}$.

Ответ: А) 216 г; **Б)** $-92{,}5$°С.

Решение: Объем V воды в цилиндрическом сосуде связан с её начальным уровнем H_0 соотношением $\frac{M}{\rho_в} = V_0 = H_0 S$, откуда площадь сечения сосуда $S = \frac{M}{H_0\rho_в} = \frac{400}{20\cdot 1} = 20$ см^2.

А) Уровень скачком поднялся на $h_1 = 4$ см, поэтому объем быстро погрузившейся фигурки $V = Sh_1 = 20\cdot 4 = 80$ см^3. Тогда ее масса: $M_ф = \rho_а \cdot V = 2{,}7\cdot 80 = 216$ г.

Б) Видно, что медленно уровень поднялся еще на $h_2 = 0{,}3$ см, а объем увеличился на $v = Sh_2 = 20\cdot 0{,}3 = 6$ см^3. Это произошло за счет намерзания льда на холодную фигурку. Пусть масса намерзшего льда m, объем этого льда $\frac{m}{\rho_л}$, объем «потраченной» на это намерзание воды $\frac{m}{\rho_в}$. Итак $\frac{m}{\rho_л} - \frac{m}{\rho_в} = v \Rightarrow \frac{m}{0.9} - \frac{m}{1} = 6 \Rightarrow m = 54$ г. Запишем уравнение теплового баланса между нагревающейся до $T_0 = 0$° С фигуркой и намерзшим льдом: $\lambda m = c_а M_ф (T_0 - T) \Rightarrow$

$$T = T_0 - \frac{\lambda m}{c_а M_ф} = 0 - 333\cdot\frac{54}{0.9\cdot 216} = -92{,}5°С.$$

4. *Обогрев гирляндами*

Крош и Ежик построили совершенно одинаковые домики, и в домиках не было отопления. Поэтому они решили обогреваться елочными гирляндами, повешенными внутри домиков. Ежик сделал гирлянду из 15 одинаковых лампочек, соединенных последовательно, а Крош из 30 последовательно соединенных таких же лампочек. Каждый включил свою гирлянду, закрыл домик, и друзья надолго ушли гулять. На улице стоял мороз: $T = -12$°С. Когда Ёжик вернулся, в его домике установилась температура $T_1 = +6$°С. Какая температура установилась в домике Кроша?

Ответ: -3°С.

Решение: общая мощность, выделяющая в электрической цепи $P = \frac{U^2}{R}$. Розетки, а значит общие напряжения U в цепях (гирляндах) у Кроша и Ёжика одинаковы, а общие сопротивления их гирлянд $R_1 = 15r$ у Ёжика и $R_2 = 30r$ у Кроша, где r - сопротивление одной лампочки. Поэтому общая мощность гирлянды Кроша $P_2 = \frac{U^2}{30r}$ в два раза меньше общей мощности гирлянды Ёжика $P_1 = \frac{U^2}{15r}$, или $P_2 = \frac{1}{2}P_1$ $(*)$. В установившемся равновесии эти мощности равны мощностям теплоотдачи из домиков на улицу, которые пропорциональны разностям между температурами внутри домиков и температурой улицы: $P_1 = kS(T_1 - T)$; $P_2 = kS(T_2 - T)$ $(**)$. Здесь k – некоторый коэффициент теплопередачи (одинаковый для домиков), а S – площади контакта домиков с улицей (одинаковые). Сравнив $(*)$ и $(**)$, получаем: $T_2 - T = \frac{1}{2}(T_1 - T)$ или $T_2 = \frac{1}{2}(T_1 + T) = -3$°С.