Решение вступительной олимпиады по физике. 9 класс. 2024

1. *Два ядра*

В стену замка одновременно горизонтально ударилось два ядра. Оказалось, что выстрелы из пушек, выбросивших ядра, также были произведены одновременно, а кинетические энергии ядер при ударе оказались одинаковы. Однако пушка, из которой вылетело первое ядро, находилась в 3 раза дальше от стены замка, чем пушка, из которой вылетело второе ядро.

А) Во сколько раз отличаются массы ядер? Какое из них тяжелее?

Б) Первая пушка стреляла под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Под каким углом стреляла вторая?

Ответ: А) масса второго ядра больше массы первого в 9 раз. **Б)** 60°.

Решение: А) Времена подъема ядер от выстрела до верхней точки (где горизонтально летящие ядра ударились в стенку) одинаковы. $L = v_x t = v_{0x} t \Rightarrow v_{x1}\!:v_{x2} = v_{0x1}\!:v_{0x2} = L_1\!:L_2 = 3\ (*)$. Из условия:

$$\frac{m_1 {v_1}^2}{2} = \frac{m_1 {v_{x1}}^2}{2} = \frac{m_2 {v_{x2}}^2}{2} = \frac{m_2 {v_2}^2}{2} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \left(\frac{v_{x1}}{v_{x2}}\right)^2 = 3^2 = 9.$$

Б) $v_y = v_{0y} - gt = 0 \Rightarrow v_{0y} = gt \Rightarrow v_{0y1} = v_{0y2}\ (**)$. При выстреле тангенсы углов вылета ядер: $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{v_{0y1}}{v_{0x1}}$, $\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{v_{0y2}}{v_{0x2}}$, поэтому свяжем $\operatorname{tg}\alpha_2$ с $\operatorname{tg}\alpha_1$, с учетом (*) и (**):

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{v_{0y2}}{v_{0x2}} \cdot \frac{v_{0x1}}{v_{0y1}} \operatorname{tg}\alpha_1 = 3\operatorname{tg}\alpha_1 = 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

2. *Тяжелые санки*

Ваня равномерно тянет свои санки в горку с углом наклона $\alpha = 30°$ к горизонту, прикладывая вдоль горки силу $F = 72$ Н, а затем бесстрашно садится в них и съезжает по тому же маршруту вниз с ускорением $a = 2$ м/с^2. Найдите массу Ваниных санок.

Ответ: 9 кг.

Решение: Пусть масса санок равна m, масса мальчика – M. При движении вверх под углом α сила реакции опоры санок $N = mg\cos\alpha$, а второй закон Ньютона в проекции на ось, направленную вверх вдоль горки, дает:

$$F - F_{\text{тр}} - mg\sin\alpha = ma = 0 \text{ (равномерное движение), значит}$$

$$F = F_{\text{тр}} + mg\sin\alpha = \mu N + mg\sin\alpha = \mu mg\cos\alpha + mg\sin\alpha\ \ (*)$$

Когда Ваня съезжает вниз, сила реакции опоры $N = (m+M)g\cos\alpha$, $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu(m+M)g\cos\alpha$, а второй закон Ньютона в проекции на ось, направленную вверх вдоль горки, дает:

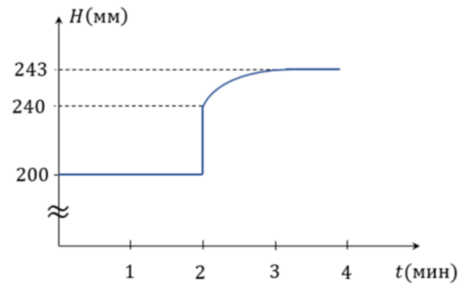
$$F_{\text{тр}} - (m+M)g\sin\alpha = -(m+M)a \Rightarrow \mu(m+M)g\cos\alpha - (m+M)g\sin\alpha = -(m+M)a$$

$$\text{или}\quad \mu g\cos\alpha = g\sin\alpha - a.\ (**).$$

Из (**) подставим в (*):

$$F = m(g\sin\alpha - a) + mg\sin\alpha \Rightarrow m = \frac{F}{2g\sin\alpha - a} \approx \frac{72}{2\cdot 10\cdot 0.5 - 2} = 9 \text{ кг}.$$

3. *Холодная фигурка*



В лаборатории был высокий цилиндрический сосуд с делениями, в который было налито $M = 400$ г воды при температуре $T_0 = 0$°C. В какой-то момент для опыта взяли сильно охлажденную алюминиевую фигурку и погрузили ее в воду. В результате получили график зависимости уровня воды в сосуде от времени (см. рис.). С помощью этого графика:

А) Найдите массу фигурки.

Б) Найдите начальную температуру фигурки.

Если нужно: считайте известными плотности воды $\rho_в = 1$ г/см^3, льда $\rho_л = 0{,}9$ г/см^3 и алюминия $\rho_а = 2{,}7$ г/см^3, их удельные теплоемкости $c_в = 4{,}2\ \frac{Дж}{г\cdot°C}$, $c_л = 2{,}1\ \frac{Дж}{г\cdot°C}$ и $c_а = 0.9\ \frac{Дж}{г\cdot°C}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 333\ \frac{Дж}{г}$.

Ответ: А) 216 г; **Б)** $-92{,}5$°C.

Решение: Объем V воды в цилиндрическом сосуде связан с её начальным уровнем H_0 соотношением $\frac{M}{\rho_в} = V_0 = H_0 S$, откуда площадь сечения сосуда $S = \frac{M}{H_0 \rho_в} = \frac{400}{20\cdot 1} = 20$ см^2.

А) Уровень скачком поднялся на $h_1 = 4$ см, поэтому объем быстро погрузившейся фигурки $V = Sh_1 = 20 \cdot 4 = 80$ см^3. Тогда ее масса: $M_ф = \rho_а \cdot V = 2{,}7 \cdot 80 = 216$ г.

Б) Видно, что медленно уровень поднялся еще на $h_2 = 0{,}3$ см, а объем увеличился на $v = Sh_2 = 20 \cdot 0{,}3 = 6$ см^3. Это произошло за счет намерзания льда на холодную фигурку. Пусть масса намерзшего льда m, объем этого льда $\frac{m}{\rho_л}$, объем «потраченной» на это намерзание воды $\frac{m}{\rho_в}$. Итак $\frac{m}{\rho_л} - \frac{m}{\rho_в} = v \Rightarrow \frac{m}{0.9} - \frac{m}{1} = 6 \Rightarrow m = 54$ г. Запишем уравнение теплового баланса между нагревающейся до $T_0 = 0°$ C фигуркой и намерзшим льдом: $\lambda m = c_а M_ф (T_0 - T) \Rightarrow$

$$T = T_0 - \frac{\lambda m}{c_а M_ф} = 0 - 333 \cdot \frac{54}{0.9 \cdot 216} = -92{,}5°C.$$

4. *Обогрев гирляндами*

Крош и Ежик построили совершенно одинаковые домики, и в домиках не было отопления. Поэтому они решили обогреваться елочными гирляндами, повешенными внутри домиков. Ежик сделал гирлянду из 15 одинаковых лампочек, соединенных последовательно, а Крош из 30 последовательно соединенных таких же лампочек. Каждый включил свою гирлянду, закрыл домик, и друзья надолго ушли гулять. На улице стоял мороз: $T = -12$°C. Когда Ёжик вернулся, в его домике установилась температура $T_1 = +6$°C. Какая температура установилась в домике Кроша?

Ответ: -3°C.

Решение: общая мощность, выделяющая в электрической цепи $P = \frac{U^2}{R}$. Розетки, а значит общие напряжения U в цепях (гирляндах) у Кроша и Ёжика одинаковы, а общие сопротивления их гирлянд $R_1 = 15r$ у Ёжика и $R_2 = 30r$ у Кроша, где r - сопротивление одной лампочки. Поэтому общая мощность гирлянды Кроша $P_2 = \frac{U^2}{30r}$ в два раза меньше общей мощности гирлянды Ёжика $P_1 = \frac{U^2}{15r}$, или $P_2 = \frac{1}{2}P_1$ $(*)$. В установившемся равновесии эти мощности равны мощностям теплоотдачи из домиков на улицу, которые пропорциональны разностям между температурами внутри домиков и температурой улицы: $P_1 = kS(T_1 - T)$; $P_2 = kS(T_2 - T)$ $(**)$. Здесь k – некоторый коэффициент теплопередачи (одинаковый для домиков), а S – площади контакта домиков с улицей (одинаковые). Сравнив $(*)$ и $(**)$, получаем: $T_2 - T = \frac{1}{2}(T_1 - T)$ или $T_2 = \frac{1}{2}(T_1 + T) = -3$°C.