

Решение вступительной олимпиады по физике. 7 класс. 2026

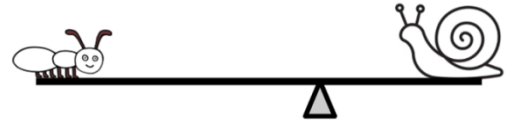
1. Муравей и улитка

Муравей и улитка сидят на противоположных концах линейки, уравновешенной на опоре (см. рис). В некоторый момент они начинают двигаться навстречу друг другу с постоянными скоростями (каждый со своей) так, что равновесие не нарушается. Муравей в 3 раза легче улитки, и улитка проползла до момента, когда равновесие все же нарушилось, 16 см. Найдите длину линейки, если:

А) линейку можно считать невесомой;

Б) масса линейки в 2 раза больше массы улитки.

Размеры муравья и улитки считайте малыми по сравнению с линейкой. Также они не мешают друг другу двигаться, если вдруг окажутся в одном месте на линейке.



Ответ: А) 48 см. Б) 48 см.

Решение: А) Запишем правило рычага для какого-то момента t , пока равновесие не нарушилось:

$$m_M \cdot g \cdot (l_M - v_M \cdot t) = m_Y \cdot g \cdot (l_Y - v_Y \cdot t)$$

Здесь l_M , l_Y – начальные расстояния муравья и улитки от точки опоры, а v_M , v_Y – их соответствующие скорости. При $t = 0$:

$$m_M \cdot g \cdot l_M = m_Y \cdot g \cdot l_Y$$

Вычитая из первого уравнения второе:

$$m_M \cdot g \cdot v_M \cdot t = m_Y \cdot g \cdot v_Y \cdot t$$

$$\frac{v_M}{v_Y} = \frac{m_Y}{m_M} = 3$$

Заметим, что если сразу после начала движения муравья и улитки равновесие не нарушилось, то оно вообще не будет нарушаться до тех пор, пока у обоих есть возможность продолжать движение с постоянной скоростью (отрицательное значение плеч будет соответствовать ситуации, когда муравей и улитка перейдут через точку опоры, равновесие всё равно сохранится). Муравей прекратит равномерное движение, когда дойдёт до противоположного края линейки, пройдя расстояние в 3 раза большее, чем улитка. Откуда

$$L = \frac{v_M}{v_Y} \cdot L_Y = 3 \cdot 16 \text{ см} = 48 \text{ см.}$$

Б) Запишем правило рычага с учетом силы тяжести линейки:

$$m_M \cdot g \cdot (l_M - v_M \cdot t) + m_L \cdot g \cdot l_L = m_Y \cdot g \cdot (l_Y - v_Y \cdot t),$$

где l_L – плечо силы тяжести линейки. При $t = 0$:

$$m_M \cdot l_M + m_L \cdot l_L = m_Y \cdot l_Y$$

Вычитая из первого уравнения второе:

$$m_M \cdot g \cdot v_M \cdot t = m_Y \cdot g \cdot v_Y \cdot t$$

$$\frac{v_M}{v_Y} = \frac{m_Y}{m_M} = 3$$

При этом, условие нарушения равновесия осталось прежним – прекращение движения с постоянной скоростью. Тогда снова муравей дойдёт до края линейки, пройдя расстояние в 3 раза большее, чем улитка

$$L = \frac{v_M}{v_Y} \cdot L_Y = 48 \text{ см.}$$

2. Движение поездов

Два пассажирских поезда едут из Петербурга в Псков друг за другом. Поезда едут одинаково, зависимость их скорости от времени, отсчитываемого от момента старта, показана на графике. Первый поезд выехал в 12:00, второй в 14:00.

А) В какой момент расстояние между поездами было наибольшим? Какая при этом была скорость первого поезда?

Б) Из Пскова в Петербург едет товарный поезд с постоянной скоростью $V = 40$ км/ч и встречает первый пассажирский поезд в 15:00. В какой момент произойдет встреча товарного поезда со вторым пассажирским?

Ответ: А) 15:30 и 60 км/ч. Б) 16:20.

Решение: А) Расстояние между поездами увеличивается до тех пор, пока скорость впереди идущего поезда больше, чем догоняющего. Значит, наибольшее расстояние между поездами будет достигнуто в момент, когда скорости поездов сравняются. Достроив график движения второго поезда, находим время: наклон разгона и торможения одинаковые, поэтому скорости поездов сравняются ровно посередине между моментами времени 2 ч и 5 ч, то есть через 3,5 ч после выезда первого поезда – в 15:30. Скорости поездов при этом найдем через пропорцию с разгоном до максимальной скорости: до искомой скорости поезд разгоняется за 1,5 ч, а до максимальной за 2 ч

$$\frac{V}{V_{\text{макс}}} = \frac{1,5 \text{ ч}}{2 \text{ ч}}$$

$$V = 0,75 \cdot 80 \text{ км/ч} = 60 \text{ км/ч}.$$

Б) Определим расстояние от первого пассажирского поезда (а вместе с ним и товарного) до Петербурга в 15:00 как площадь под графиком на участке от 0 ч до 3 ч:

$$S_1 = \frac{80 \text{ км/ч} \cdot 2 \text{ ч}}{2} + 80 \text{ км/ч} \cdot 1 \text{ ч} = 160 \text{ км}.$$

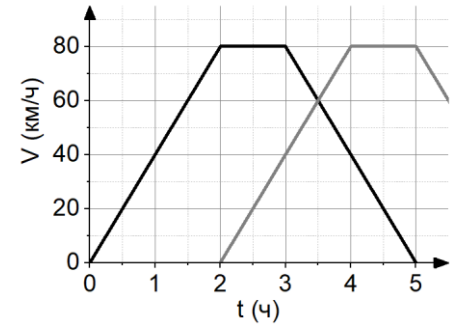
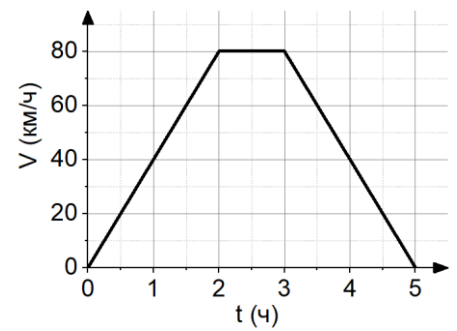
Ещё через час (в 16:00) расстояние от товарного поезда до Петербурга будет $160 \text{ км} - 40 \text{ км} = 120 \text{ км}$. В это же время второй пассажирский поезд будет от Петербурга на расстоянии

$$S_2 = \frac{80 \text{ км/ч} \cdot 2 \text{ ч}}{2} = 80 \text{ км}.$$

Далее, приближаясь друг к другу с постоянной скоростью $V_{\text{сбл}} = V_2 + V_3 = 120$ км/ч поезда проедут оставшееся между ними расстояние за

$$t = \frac{120 \text{ км} - 80 \text{ км}}{120 \text{ км/ч}} = \frac{1}{3} \text{ ч} = 20 \text{ мин}.$$

Получается, что время встречи второго пассажирского и товарного поездов 16:20.



3. Доливание воды

Есть два одинаковых цилиндрических сосуда с площадью дна $S = 20 \text{ см}^2$ и высотой $H = 34 \text{ см}$ каждый. Сосуды стоят на горизонтальном столе и соединены внизу тонкой трубкой. Первоначально в сосуды налито суммарно $m_p = 544 \text{ г}$ ртути. Затем в левый сосуд начинают медленно, со скоростью $\mu = 272 \text{ г/мин}$ доливать воду.

А) С какой скоростью понижается уровень ртути в левом сосуде?

Б) Постройте график зависимости уровня жидкости в правом сосуде от времени. Ртуть и вода не смешиваются, плотность воды $\rho_B = 1 \text{ г/см}^3$, ртути $\rho_P = 13,6 \text{ г/см}^3$.

Ответ: А) $0,5 \text{ см/мин}$. Б) см. решение.

Решение: А) Скорость понижения уровня ртути в левом сосуде равна скорости её повышения в правом (т.к. убыль объема ртути в левом сосуде равна приращению её объема в правом: $\Delta V_L = \Delta V_P \Rightarrow \Delta h_L \cdot S = \Delta h_P \cdot S \Rightarrow \frac{\Delta h_L}{t} = \frac{\Delta h_P}{t}$). Равновесное состояние в сообщающихся сосудах определяется равенством давлений на одном уровне. Давление на дно в сосудах:

$$\frac{m_L \cdot g}{S} = \frac{m_P \cdot g}{S}$$
$$m_L = m_P$$

Здесь m_L, m_P – масса содержимого левого и правого сосуда, соответственно. Общая масса жидкости растёт со скоростью μ , тогда масса правого сосуда растёт со скоростью $\frac{\mu}{2} = 136 \text{ г/мин}$. Откуда скорость повышения уровня

$$v = \frac{\Delta h}{t} = \frac{\Delta m}{\rho S t} = \frac{\frac{\mu}{2} t}{\rho S t} = 0,5 \text{ см/мин}$$

Б) Начальный уровень жидкости в правом сосуде $h_{п0} = \frac{m_p}{2\rho S} = 1 \text{ см}$. На начальном этапе масса второго сосуда растёт из-за перетекания ртути. Найдём время, за которое вся ртуть перетечёт в правый сосуд:

$$t_1 = \frac{\frac{1}{2} m_p}{\frac{1}{2} \mu} = 2 \text{ мин.}$$

Уровень жидкости при этом: $h_{п1} = \frac{m_p}{\rho S} = 2 \text{ см}$. Проверим, что вода не перелилась через край в этот момент:

$$h_{л1} = \frac{m_B}{\rho_B S} = \frac{m_p}{\rho_B S} = 27,2 \text{ см.}$$

После момента t_1 вода будет перетекать через трубку в правый стакан и всплывать над ртутью. Повышение уровня жидкости в правом сосуде прекратится, когда вода дойдёт до краёв в левом сосуде. Найдём уровень воды в правом сосуде в этот момент из равенства давлений на дно:

$$\rho_B \cdot g \cdot h_{B2} + \rho_P \cdot g \cdot h_{P2} = \rho_B \cdot g \cdot H,$$

где h_{B2} – уровень воды в правом сосуде в момент заполнения левого, h_{P2} – уровень ртути в правом сосуде в этот же момент. Тогда

$$h_{B2} = \frac{\rho_B \cdot H - \rho_P \cdot h_{P2}}{\rho_B} = 6,8 \text{ см.}$$

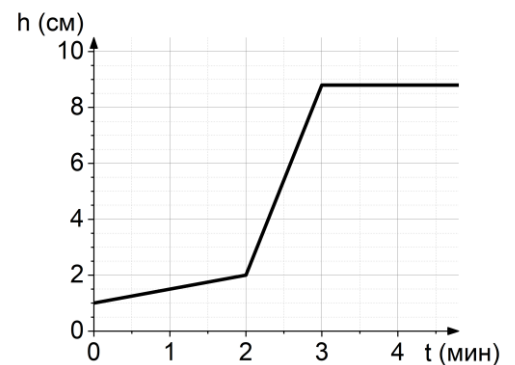
Общая высота жидкости в правом сосуде в этот момент

$$h_{п2} = h_{P2} + h_{B2} = 8,8 \text{ см.}$$

Найдём, за какое время вода достигнет уровня h_{B2} в правом сосуде:

$$t_2 = \frac{h_{B2} \cdot S \cdot \rho_B}{\frac{1}{2} \mu} = 1 \text{ мин}$$

После этого момента уровень жидкости не будет расти. Так как массы содержимого сосудов растут равномерно, то и уровень жидкости в правом сосуде тоже растёт равномерно между описанными выше событиями. Итоговый график:



4. Шарик и леденцы

У Вани есть маленький и большой воздушные шарик и одинаковые леденцы массой 3 г каждый. Ваня надул оба шарика тёплым воздухом одинаковой температуры 36 °С, при этом радиус большого шарика оказался ровно в 2 раза больше, чем радиус маленького, а толщина резиновой оболочки шариков одинакова. Ваня привязал к шарикам совсем лёгкие нитчатые корзинки и обнаружил, что «подъёмная сила» маленького шарика составляет 4 леденца (сколько тот может держать, не снижаясь), а «подъёмная сила» большого – 36 леденцов.

А) Чему равны массы оболочек маленького и большого шариков?

Б) Через некоторое время Ваня обнаружил, что маленький шарик немного остыл и потому немного сдулся (не теряя воздуха внутри). Теперь его «подъёмная сила» стала равна только 2 леденцам. Какой стала температура воздуха в шарике? Известно, что температура воздуха в комнате 21 °С, а объём воздуха при нагревании растёт линейно, то есть этот объём можно выразить как $V = V_0 + b\Delta T$. Здесь V_0 – начальный объём воздуха, ΔT – изменение его температуры, b – постоянный коэффициент.

Ответ: А) масса оболочки маленького шарика – 3 г, масса оболочки большого – 12 г. Б) 30 °С.

Решение: А) Масса оболочки равна $m_{об} = \rho_{рез} \cdot d \cdot S_{пов}$, где d – толщина оболочки. При увеличении радиуса шара в 2 раза площадь его поверхности $S_{пов}$ растёт в $2^2 = 4$ раза. Поэтому и масса оболочки возрастает также в 4 раза. Масса воздуха внутри шарика и сила Архимеда растут пропорционально объёму шарика, то есть у большого в $2^3 = 8$ раз больше. Для каждого шарика можно написать, что сила, действующая на шарик вверх (сила Архимеда), компенсирует суммарную силу тяжести, действующую вниз. Для маленького шарика: $F_A = (m_{об} + m_{возд} + 4m)g$, для большого $8F_A = (4m_{об} + 8m_{возд} + 36m)g$. Подставляем силу Архимеда из первого уравнения во второе и находим массу оболочки маленького шарика

$$\begin{aligned}8(m_{об} + m_{возд} + 4m) \cdot g &= (4m_{об} + 8m_{возд} + 36m) \cdot g \\8m_{об} + 32m &= 4m_{об} + 36m \\m_{об} &= m = 3 \text{ г},\end{aligned}$$

то есть масса оболочки маленького шарика равна 3 г, а масса оболочки большого равна $4 \cdot 3 \text{ г} = 12 \text{ г}$.

Б) Обозначим объём маленького шарика при температуре $T_0 = 21$ °С за V_0 , аналогично для $T_1 = 36$ °С и для искомой температуры T_2 . При комнатной температуре плотность воздуха в шарике равна плотности воздуха снаружи, поэтому

$$m_{возд} \cdot g = \rho_{окр \text{ возд}} \cdot g \cdot V_0$$

При температуре T_1 условие равновесия тела выглядит так:

$$\begin{aligned}\rho_{окр \text{ возд}} \cdot g \cdot V_1 &= (m_{об} + m_{возд} + 4m) \cdot g \\ \rho_{окр \text{ возд}} \cdot g \cdot V_1 &= (m + \rho_{окр \text{ возд}} \cdot V_0 + 4m) \cdot g \\ \rho_{окр \text{ возд}} \cdot V_1 &= \rho_{окр \text{ возд}} \cdot V_0 + 5m\end{aligned}$$

Аналогично для температуры T_2 :

$$\rho_{окр \text{ возд}} \cdot V_2 = \rho_{окр \text{ возд}} \cdot V_0 + 3m$$

По условию объём линейно зависит от температуры воздуха, то есть можно написать $V = V_0 + b(T - T_0)$. Тогда

$$\begin{aligned}V_0 + b(T_1 - T_0) &= V_0 + \frac{5m}{\rho_{окр \text{ возд}}} \\ V_0 + b(T_2 - T_0) &= V_0 + \frac{3m}{\rho_{окр \text{ возд}}} \\ \frac{b(T_1 - T_0)}{b(T_2 - T_0)} &= \frac{5m}{3m} \\ T_2 &= 30^\circ\text{C}.\end{aligned}$$