

Вступительная олимпиада в 10 класс. 2012 год

1. Решите неравенство $\frac{\sqrt{2x-3+x^2}}{25-x^2} \geq 0$.
2. Расположите в порядке возрастания числа: $9\sqrt{3} - 3\sqrt{27}$, $2\sqrt{19}$, $5\sqrt{3}$, $\sqrt{7} - 4$ (не забудьте обосновать ответ!).
3. Произведение двух натуральных чисел, каждое из которых не делится на 10, равно 1000. Найдите сумму этих чисел (приведите все возможные варианты).
4. Дорога от дома до школы занимает у Пети 20 минут. (Петя всегда идет с постоянной скоростью). Однажды по дороге в школу он вспомнил, что забыл дома ручку. Если теперь он продолжит свой путь с той же скоростью, то придет в школу за 3 мин до звонка, а если вернется домой за ручкой, то, идя с той же скоростью, опоздает к началу урока на 7 мин. Какую часть пути он прошел до того, как вспомнил о ручке?
5. На координатной плоскости отмечены точки $A(1; 1)$, $B(3; 5)$ и $C(0; 6)$. Найдите площадь треугольника ABC .
6. Найдите наименьшее значение выражения $x^2 - 2xy + 2y^2 + 1$. При каких значениях переменных x и y оно достигается?

Вступительная олимпиада в 10 класс. 2013 год

1. У Вани на 90 конфет больше, чем у Маши. Одновременно Ваня и Маша отдали друг другу треть всех конфет, которые у них были. На сколько конфет больше теперь у Вани?
2. Сравните числа $\sqrt{0,04} - (\sqrt{7} - 2\sqrt{2})(\sqrt{8} + \sqrt{7})$ и $\frac{7}{6}$.
3. Решите неравенство $\frac{7x+3}{x+3} \geq -\frac{x}{2(x+3)}$.
4. Найдите все пары чисел (x, y) , удовлетворяющих условию
$$\left(\frac{-3x+y+4}{2}\right)^2 + \left(\frac{x+3y-1}{5}\right)^2 = 0.$$
5. Положительные числа a и b таковы, что $a^2 + b = b^2 + a$. Иван Васильевич поспорил с Анатолием Алексеевичем, что тогда обязательно $a = b$. Кто выиграл спор?
6. В $\triangle ABC$ $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 20^\circ$. AM – биссектриса, $AM = 2$ см. Найти разность $BC - AC$.

Вступительная олимпиада в 10 класс. 2014 год

1. Решите неравенство $\frac{5x-12}{x^2-x-12} \leq 1$.
2. В турнире по волейболу (ничьих не бывает) каждая команда сыграла с каждой по одному разу. Известно, что ровно 25% команд не выиграли ни одного матча. Сколько команд участвовало в турнире? Приведите все возможные варианты и докажите, что других нет.
3. Решите уравнение $\left(1 + \frac{2}{x}\right)\left(1 + \frac{3}{x}\right)(x + 4)(x + 6) = 12$.
4. Число $\frac{1}{42}$ разложили в бесконечную десятичную дробь. Затем вычеркнули 2014-ю цифру после запятой, а все цифры, стоящие справа от вычеркнутой цифры, сдвинули на 1 влево. Какое число больше: новое или первоначальное?
5. В квадрате $ABCD$ точка M – середина AB , точка N – середина BC , точка E – середина MN , точка F – середина ND , точка G – середина MD . Найдите площадь треугольника EFG , если сторона квадрата равна 8.
6. Корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ с неизвестными коэффициентами равны 2 и 3. Найдите корни уравнения $cx^2 + bx + a = 0$.

Вступительная олимпиада в 10 класс. 2015 год

1. Решите неравенство $(x - 4)\sqrt{x^2 - 7x + 10} \geq 0$.
2. Решите уравнение $\frac{x-3}{(x-1)(x-4)} + \frac{(x-1)(x-4)}{x-3} = \frac{5}{2}$.
3. В треугольнике ABC проведена биссектриса BB_1 . Пусть M – такая точка плоскости, что отрезок MB_1 пересекает сторону BC в точке K , $BM = AB_1$, $\angle MBV_1 = \angle BB_1A$. Докажите, что $BK = KB_1$.
4. Ученики ФТШ ходили в поход. Петя заметил, что 11 дней похода были дождливыми. Оля заметила, что не было такого дня, чтобы дождь был и до, и после обеда, а Костя заметил, что утром не было дождя ровно 16 раз, а вечером не было дождя 11 раз. Сколько дней длился поход?
5. Найдите хотя бы одну тройку различных натуральных чисел n , m и t таких, что верно равенство $\frac{1}{n} + \frac{1}{m} + \frac{1}{t} = \frac{1}{2015}$.
6. При каких значениях параметра a неравенство $\frac{ax^2+5x+11}{x^2+3x+10} > 1$ выполняется для всех значений переменной x , кроме одного?

Вступительная олимпиада в 10 класс. 2016 год

1. Найдите все значения x , при которых график каждой из двух функций

$$f(x) = x^2 - 3x \text{ и } g(x) = -\frac{1}{x+2} \text{ лежит выше графика функции } y = x.$$

2. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{ax^2+2x-3}{x-1} = 0$ имеет единственное решение?

3. Большой прямоугольник четырьмя линиями, параллельными основаниям, разбит на 9 прямоугольников, периметры пяти из которых указаны на рисунке.

| | | |
|---|----|----|
| ? | | 32 |
| | 35 | 40 |
| 9 | 21 | |

а) Найдите периметр левого верхнего прямоугольника.

б) Найдите периметр всего прямоугольника.

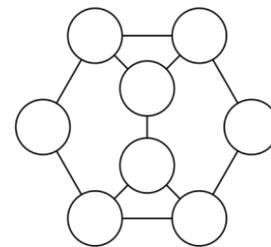
4. Три ученика лица ФТШ ехали в разных вагонах одного и того же поезда метро. Подъезжая к станции "Выборгская", каждый из них стал подсчитывать количество колонн, мимо которых он проехал. Один насчитал 15 колонн, второй – 12, и третий – 7 колонн. Когда поезд опять стал двигаться, они начали считать оставшиеся колонны, причем один из них насчитал в три раза больше колонн, чем другой. Сколько насчитал оставшийся ученик?

5. Василию, Петру, Семену и их женам Наталье, Ирине, Анне вместе 151 год. Каждый муж старше своей жены на 5 лет. Василий на 1 год старше Ирины. Наталье и Василию вместе 48 лет, Семену и Наталье вместе 52 года. Кто на ком женат, и сколько кому лет? (Возраст должен быть выражен в целых числах).

6. Число 51,2 трижды увеличивали на одно и то же число процентов, а затем трижды уменьшали на то же самое число процентов. В результате получилось число 21,6. На сколько процентов увеличивали, а затем уменьшали это число?

Вступительная олимпиада в 10 класс. 2017 год

1. Расставьте в кружки на картинке числа от 2 до 9 (без повторений) так, чтобы никакое число не делило бы нацело ни одного из своих соседей.



2. Решите неравенство: $\frac{7}{(x-1)(x-2)} + \frac{9}{x-2} + 1 < 0$.

3. В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$. На лучах CA , AB и BC отмечены соответственно точки D , E и F так, что $AD = AC$, $BE = BA$, $CF = CB$. Найдите сумму углов $\angle ADB + \angle BEC + \angle CFA$.

4. Решите уравнение:

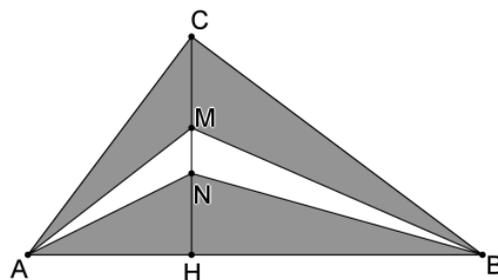
$$1 - \left(2 - \left(3 - \left(\dots \left(2015 - (2016 - (2017 - x)) \right) \dots \right) \right) \right) = 1000.$$

5. Три спутника выведены на околоземную орбиту, по которой они вращаются с постоянными скоростями. Когда первый спутник сделал несколько оборотов, он на 80 оборотов обогнал второй и на 100 оборотов третий. Сколько оборотов сделал первый спутник, если второй спутник, сделав такое же количество оборотов, как и первый, обогнал третий на 25 оборотов?
6. Изобразите на плоскости все точки, координаты которых удовлетворяют уравнению: $y(x + 2) = x^2 - 4$.

Вступительная олимпиада в 10 класс. 2018 год

1. Два угла треугольника равны 100° и 60° . Покажите, как его разрезать на два равнобедренных треугольника.

2. В прямоугольном треугольнике ABC катеты AC и BC равны 6 и 8. На высоте CH выбраны точки M и N так, что площадь заштрихованной части равна 19. Найдите MN .



3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} a^2 - 1 = b, \\ b^2 - 1 = a. \end{cases}$$

4. Решите неравенство: $\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x-1} \leq 1$.

5. Из города A в город B , расстояние между которыми 100 км, в 9:00 вышли два автобуса, причем скорость одного из них в $1\frac{5}{7}$ раза больше скорости другого. В то же время из города B в город A выехал велосипедист. Первый автобус он встретил в 10:20, а второй – в 11:00. Найдите скорость велосипедиста.

6. При каком наибольшем значении p корни уравнения $x^2 - px - 87 = 0$ являются целыми числами?