ВВЕДЕНИЕ

В данной брошюре приведены условия задач, предлагавшихся на вступительных испытаниях в 8 и 9 классы (в 9 класс набор производился только в 2003, 2004 и 2006 годах) Лицея "Физико-техническая школа" при ФТИ им. А.Ф.Иоффе РАН.

Некоторые задания являются нестандартными, по своему духу близкими к олимпиадным. Кроме этого, вы найдете и задачи, проверяющие степень обученности школьников.

Авторы рекомендуют не решать задачи подряд, а предварительно попытаться разбить их тематически (например, геометрические, логические, уравнения, неравенства, делимость, графики и т.п.).

В составлении и подборе задач в разные годы принимали участие учителя Лицея ФТШ: Ануфриев М.Ю., Беккер Б.М., Бирман Я.Д., Боревич А.З., Зарембо А.Г., Логунова Т.А., Пульцин Н.М., Рыжик В.А., Столбов К.М., Тарасов А.А. и другие.

Компьютерный вариант сборника подготовлен Американцевым А.А.

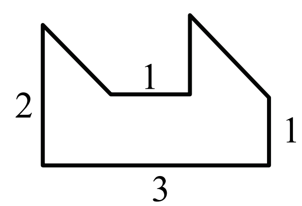
Задачи вступительных работ в 8 класс

1988 год

1. Однажды в январе было 4 понедельника и 4 пятницы. Каким днем недели было 1 января?
2. Можно ли из 20 монет достоинством 5, 20 и 50 копеек составить 5 рублей?
3. Как разрезать квадрат на три части, из которых можно составить треугольник:
   а) остроугольный,
   б) тупоугольный,
   в) прямоугольный?

1989 год

1. $\dfrac{m}{n}$ – правильная дробь. Какое из чисел ближе к единице: $\dfrac{m}{n}$ или $\dfrac{n}{m}$?
2. Одна из сторон прямоугольника увеличилась на 25%, но его площадь не изменилась. На сколько процентов изменилась другая сторона?
3. Разделите фигуру, изображенную на рисунке, отрезком или ломаной на две равные части. Ответ поясните.



4. Дробь $\dfrac{1}{7}$ обращается в десятичную. Какая цифра будет на сотом месте после запятой?
5. Можно ли из 37 ниток сплести сетку так, чтобы каждая из них была сплетена ровно с пятью другими?
6. $a^3+b^3+c^3=3abc,\ a\neq b$. Найдите $a+b+c$.

1990 год

1. Разложите на множители: $x^4 + x^3 + x^2 + x - 4$.
2. Существуют ли такие натуральные числа a и b, что $a^2 + 1990 = b^2$?
3. Чему равен x, если: $\left(x^2 + 1\right)^4 + \left(x^2 + 2\right)^2 = 5$?
4. Можно ли сделать больше, чем 10, сумму дробей такого вида: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \ldots$?
5. Из бумаги сделали два одинаковых выпуклых четырехугольника. Первый из них разрезали по одной диагонали, второй – по другой. Можно ли из четырех полученных треугольников составить параллелограмм?
6. Решите неравенство: $|x + 2| + |x - 5| \geq 7$. (Замечание: $|x| = x$, если $x \geq 0$ и $|x| = -x$, если $x < 0$.)
7. Расположите 10 точек на 5 отрезках так, чтобы на каждом отрезке было 4 точки.

1991 год

1. Положительное число увеличили на 20%, а затем результат уменьшили на 20%. Во второй раз это же число сначала уменьшили на 20%, а затем результат увеличили на 20%. В какой раз получилось большее число? Решите задачу в общем виде.
2. Продолжите последовательность, дописав 2 числа: 13, 23, 43, 53, 73… Какое число стоит на 566-м месте?
3. Назовем точку "целой", если обе ее координаты являются целыми числами.
   а) Пусть известно, что на прямой $y = kx + 1$ одна целая точка есть. Есть ли на ней еще хотя бы одна "целая" точка?
   б) Может ли на прямой $y = kx + b$ быть ровно одна "целая" точка?
4. Разложите на множители выражение: $x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$.
5. Прямые a и b параллельны. На прямой a отмечено 24 точки. На прямой b отмечено 25 точек.
   а) Сколько можно провести отрезков с концами в отмеченных точках? (Концы каждого отрезка лежат на разных прямых.)
   б) Какое наибольшее число пересечений могут иметь все проведенные отрезки? (Точки пересечения лежат внутри отрезков.)

1992 год

1. В одном классе все любят бегать, прыгать и плавать. 60% детей любят бегать, 60% детей любят прыгать, 40% детей любят плавать. Сколько процентов учеников любят все три занятия?
2. Пусть при некотором значении x выражение x^3+x-2 равно 0. Чему равно при этом же значении x:
   а) x^6+4x-x^2-4,
   б) x^3-x+2?
3. Выражение $1+x+x^2$ возвели в 6-ю степень, затем привели подобные члены и получили многочлен.
   а) Чему равен коэффициент перед x?
   б) Чему равна сумма всех коэффициентов многочлена?
4. Можно ли сократить дробь $\dfrac{400003}{500004}$?

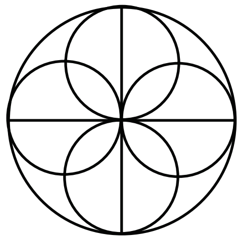
1993 год

1. Найдите натуральные числа x, y, z такие, что выполняется равенство $x+\cfrac{1}{y+\cfrac{1}{z}}=\dfrac{11}{3}$.
2. Какое из чисел больше: A или B, если $A=\dfrac{566^{1992}+1}{566^{1993}+1}$, $B=\dfrac{566^{1993}+1}{566^{1994}+1}$?
   Как можно обобщить эту задачу?
3. Про натуральное число a сообщили три таких сведения:
   1) $(a-1)(a-2)(a-3)\geq 504$,
   2) $\left|a^2-11a\right|<12$,
   3) $(1+2+3+\ldots+a)$ делится на $(a+1)$.
   Существует ли такое число a?
4. Разрежьте квадрат на два равных:
   а) шестиугольника,
   б) восьмиугольника,
   в) многоугольника с любым четным числом сторон.
5. Можно ли сделать больше 1 сумму $\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{5^2}+\dfrac{1}{8^2}+\dfrac{1}{11^2}+\ldots$?

6. Имеется два треугольника. В каждом из них большая сторона равна 1. В первом из них каждая сторона не больше 40% от суммы двух других его сторон. Во втором из них каждая сторона не меньше 50% от суммы двух других его сторон. Периметр какого из треугольников больше? (Напоминаем, что в каждом треугольнике любая сторона меньше суммы двух других сторон.)

1994 год

1. В этой записи каждой буквой зашифрована какая-то цифра (разные буквы – разные цифры). Переведите эту запись с букв на цифры: $КОШКА + КОШКА + КОШКА = СОБАКА$.
2. Поезд прошел расстояние от A до B и обратно. В одну сторону он шел со скоростью V_1, а в другую – V_2. При этом $60\,км/ч < V_1 < 70\,км/ч$, а $50\,км/ч < V_2 < 60\,км/ч$. Оцените среднюю скорость поезда на всем пути от A до B и обратно с точностью до $1\,км/ч$.
3. Вычислите произведение: $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$. Обобщите задачу.
4. Дан круг радиуса 2. На каждом нарисованном радиусе этого круга построен круг. Чему равны площади частей, на которые при этом разбился круг?



5. Можно ли найти численное значение выражения $a^3 + b^3$, если $a > 0$, $b > 0$ и
   а) $a^2 + b^2 = 1, \quad a + b = 2$;
   б) $a^2 + b^2 = a + b$.

1995 год

1. Пусть $x + y + z = 0$. Упростите выражение $x^3 + y^3 + z^3 - 2xyz$.
2. Чему равно число $\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{2-\ldots}}}$ (в записи числа 100 двоек)?

3. Некто ходит в ФТШ на вечерние занятия. Туда он идет со скоростью V_1, а обратно – той же дорогой, но со скоростью V_2. В каком из ниже перечисленных случаев его средняя скорость на всем пути туда и обратно может быть $5\,км/ч$:
   а) $V_1 > 4\,км/ч,\quad V_2 > 6\,км/ч$;
   б) $V_1 < 4\,км/ч,\quad V_2 < 6\,км/ч$;
   в) $V_1 > 4\,км/ч,\quad V_2 < 6\,км/ч$?
4. Три выпускника ФТШ, готовясь к поступлению на физико-технический факультет Технического университета, решили вместе 90 задач. При этом каждый решил 60 задач. Задачи были легкими, средними и трудными. Легкая задача – это задача, которую решили все трое, средняя – та, которую решили ровно двое, а трудная – та, которую решил только один из них.
   а) Каких задач было больше: легких или трудных?
   б) Что вы можете сказать о числе средних задач?

1996 год

1. Найдите a, b и c, если известно, что:
   $a - b - c = 1$,
   $b - c - a = 2$,
   $c - a - b = 3$.
2. Найдите наибольшее пятизначное число, у которого все цифры различны, первая цифра меньше второй, вторая меньше четвертой, а сумма третьей и пятой цифр не больше первой.
3. a, b и c – натуральные числа. Известно, что $ax^2 + bx + c$ делится на 7 для любого натурального x. Докажите, что a, b и c делятся на 7.
4. Два угла расположены так, что их стороны имеют ровно 4 общие точки. Величина каждого угла равна α. Какие-то 2 стороны этих углов пересекаются под прямым углом. Под каким углом пересекаются их биссектрисы?
5. Некоторые вершины правильного 13-угольника (т.е. 13-угольника, у которого все стороны равны между собой и все углы равны между собой) покрашены в синий цвет, а остальные – в красный. Докажите, что найдется равнобедренный треугольник, все вершины которого лежат в вершинах 13-угольника, покрашенных в один цвет.

1997 год

1. Докажите (без помощи калькулятора), что число
   а) $1997 \cdot 1999 + 1$
   б) $1995 \cdot 1997 \cdot 1999 \cdot 2001 + 16$
   является квадратом целого числа.
2. Найдите наименьшее положительное число такое, что оно само является квадратом целого числа, его половина – кубом целого числа, а его треть – пятой степенью целого числа.
3. В примере на умножение все цифры заменили звездочками. Восстановите пример, если известно, что все цифры – простые числа.
$$\begin{array}{r} \times\ \star\star\star \\ \star\star \\ \hline \star\star\star\star \\ \star\star\star\star\ \ \\ \hline \star\star\star\star\star \end{array}$$
4. В треугольнике ABC медиана и биссектриса, проведенные из вершины A, совпадают. Докажите, что ABC – равнобедренный треугольник.
5. Можно ли разрезать правильный шестиугольник на параллелограммы? Можно ли разрезать правильный треугольник на параллелограммы? (Фигура называется правильной, если все ее стороны и все ее углы равны между собой.)

1998 год

1. У трехколесного велосипеда все колеса разных размеров. Радиус второго колеса больше радиуса первого в 2 раза, а радиус третьего колеса в 3 раза больше радиуса первого. Велосипед проехал некоторое расстояние, причем все колеса вместе сделали 66 оборотов. Сколько оборотов сделало третье колесо?
2. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} a+b=3 \\ a+c=4 \\ a+d=5 \\ b+c+d=6 \end{cases}$$
3. ABC – равнобедренный треугольник ($AB = BC$). Точка D на стороне AC выбрана так, что треугольники ADB и BDC тоже оказались равнобедренными ($AB = BD = CD$). Найдите угол $\angle ACB$.
4. Сколько есть четных трехзначных чисел, больших 200, у которых вторая цифра больше первой, а третья – больше второй?

5. Найдите все такие пары натуральных чисел m и n таких, что $mn+2=4m+3n$.
6. В треугольнике ABC провели биссектрису AD. Известно, что $AB>AC$. Докажите, что $BD>CD$.

1999 год

1. Длина стороны квадрата $A_1B_1C_1D_1$ равна 8. Соединив середины соседних сторон этого квадрата, получаем квадрат $A_2B_2C_2D_2$. Затем ту же процедуру проделали с квадратом $A_2B_2C_2D_2$ и получили квадрат $A_3B_3C_3D_3$ и т.д. Что больше: площадь квадрата $A_7B_7C_7D_7$ или 1?
2. Обозначим через $c(n)$ сумму цифр натурального числа n. Например, $c(1998)=27$, а $c\big(c(1998)\big)=c(27)=9$. Найдите наибольшее восьмизначное число A такое, что $c\big(c(A)\big)=2$.
3. Дана таблица чисел. Можно ли изменить знаки ровно у двух чисел так, чтобы после этого сумма всех чисел в получившейся таблице равнялась нулю:

   а) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ -7 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 6 & 2 & -5 \\ 2 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$?
4. Имеется пять отрезков с длинами 2, 3, 4, 6, 7. Сколько различных треугольников можно составить из этих отрезков так, чтобы каждая сторона построенного треугольника являлась одним из данных отрезков?
5. Петя, имея некоторое количество конфет, 1/7 часть отдал Сереже, а ¼ часть – Кате. Оставшиеся 17 конфет Петя съел сам. Сколько конфет было у Пети?
6. Решите уравнение: $\dfrac{x^3}{3}=2x\big(x-2\big)+3$.
7. Сколько всего натуральных делителей у числа 91^{91}?

2000 год

1. Теплоход прошел по течению реки $224\,км$ и столько же против течения, затратив на весь путь 15 часов. Скорость теплохода по течению $32\,км/ч$. Найдите скорость течения реки.
2. Три четвертых некоторого двузначного числа n представляют собой натуральное число, делящееся на 7, а пять третьих от n – натуральное число, делящееся на 4. Найдите n.
3. В прямоугольном треугольнике ABC с катетами $AB=1$ и $AC=2$ из вершины прямого угла проведены высота AH, биссектриса AL и медиана AM.

   а) Докажите, что $AM=\frac{1}{2}BC$.

   б) Сравните по величине углы $\angle HAL$ и $\angle LAM$.
4. Пусть $C(n)$ – сумма цифр натурального числа n (например, $C(1956)=21$). Существует ли такое натуральное число n такое, что $C(n)$ и $C(n+1)$ делятся на 5?
5. При каких значениях a три отрезка, длины которых равны $5a-2$, a и $4a+1$, образуют равнобедренный треугольник?
6. Найдите наименьшее натуральное число m такое, что наибольший общий делитель чисел $4m+7$ и $7m+4$ равен 33.

2001 год

1. Найдите две несократимые дроби, каждая из которых больше $\frac{1}{2000}$ и меньше $\frac{1}{1999}$.
2. Среди натуральных n найдите такие, при которых уравнение $2n\left(9-x^3\right)=x\left(n^2x-36\right)$ имеет натуральный корень.
3. На сторонах NL, ML, MN равностороннего треугольника LMN выбраны точки M_1, N_1 и L_1 так, что каждый из отрезков LM_1, NL_1, LN_1 в 3 раза короче стороны треугольника LMN. Площадь $\Delta LMN=1$. Найдите площадь треугольника $\Delta L_1M_1N_1$.
4. Назовем натуральное число "необыкновенным", если в десятичной его записи отсутствует цифра 0, а произведение его цифр не превосходит

суммы его же цифр. Сколько всего существует четных трехзначных "необыкновенных" чисел?

5. Число m равно произведению всех натуральных делителей числа 90. Найдите результат деления числа m на 90^3.
6. На окружности отмечено 7 точек, и каждой точке приписано одно из натуральных чисел от 1 до 7 (разным точкам – разные числа). Можно ли расставить числа в указанных точках так, чтобы сумма любых трех соседних чисел была:
   а) больше либо равна 10?
   б) больше 11?

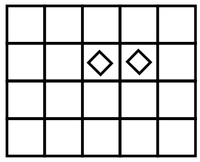
2002 год

1. Решите уравнение $x^3+4x^2+5x+2=0$.
2. Сколько существует двузначных чисел, у которых произведение цифр не больше 6?
3. Докажите, что сумма дробей $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}+\frac{6}{7}+\frac{8}{9}+\frac{10}{11}+\frac{3}{2}+\frac{5}{4}+\frac{7}{6}+\frac{9}{8}+\frac{11}{10}$ больше 10.
4. В треугольнике ABC провели медиану BM. Оказалось, что $BM=AM$. Найдите угол между высотой треугольника ABM, проведенной из точки M, и медианой треугольника BMC, проведенной из точки M.
5. Какие значения может принимать число x, если для некоторого числа a $x^2\left(4a^2+1\right)=4x\left(3a+1\right)-13$? Приведите все возможные варианты.
6. На окружности отмечено 84 точки. Двое игроков играют в интересную игру. Они по очереди соединяют какие-то две точки отрезком так, чтобы он не пересекал проведенные раньше отрезки. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Докажите, что первый игрок может играть так, чтобы выиграть.

2003 год

1. Имеются две положительные дроби, одна из которых в два раза больше другой. Каждую дробь Стас возвел в степень 4 и результаты сложил. Никита же возвел их в степень 3 и результаты сложил. Обе суммы оказались равны. Найдите эту пару дробей.

2. Разрежьте прямоугольник, изображенный на рисунке, на две равные части (совпадающие при наложении) по линиям сетки так, чтобы в каждой части было по ромбику.



3. В ФТШ учится 100 человек, у каждого из которых любимым предметом является или физкультура, или литература, или биология. Каждый из учеников либо всегда говорит правду, либо всегда врет. Каждому из них задали три вопроса:
а) Правда ли, что литература твой любимый предмет?
b) Правда ли, что физкультура твой любимый предмет?
с) Правда ли, что биология твой любимый предмет?
На первый вопрос было получено 60 утвердительных ответов, на второй – 40, на третий – 30. Сколько учеников в ФТШ всегда говорят неправду?

4. Может ли сумма чисел $1+1\cdot 2+1\cdot 2\cdot 3+\ldots+1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n$ равняться $10^{100}+1$ при некотором натуральном n?

5. В прямоугольной таблице стоят целые числа. В каждой строке сумма чисел равна 1, а в каждом столбце 2. Может ли в таблице быть 2002 клетки?

2004 год

1. Длины сторон неправильного треугольника – натуральные числа. Одна из сторон имеет длину 6, а периметр треугольника равен 18. Какие значения может принимать отношение длин большей стороны треугольника к меньшей?

2. Для скольких натуральных чисел n несократимая дробь $\dfrac{16}{n}$ будет больше 0,2, но меньше 0,25?

3. Группа учащихся выполнила письменную работу, состоявшую из 20 заданий. Выполнение заданий оценивалось следующим образом: верное решение – 5 баллов, решение с недочетом – 2 балла, отсутствие решения или неправильное решение – 0 баллов. Тройка лучших результатов после проверки выглядела так: 1 место – 97 баллов, 2 место – 94 балла, 3 место – 93 балла. Докажите, что проверочная комиссия ошиблась в процессе проверки.

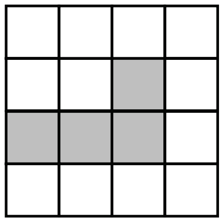
4. Сколько единиц в записи числа $\left(\underbrace{333\ldots333}_{100\text{ троек}}\right)^2+\left(\underbrace{222\ldots222}_{100\text{ двоек}}\right)$?

5. Квадратная таблица 9×9 заполнена цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 так, что в каждой строке и в каждом столбце все цифры различны. Найдите частное и остаток от деления суммы девяти 9-значных чисел, записанных в строках этой таблицы, на 37.

6. В прямоугольном треугольнике A_1OA_2 катет OA_1 равен 0,5, а угол $\angle A_1OA_2 = 60°$. В прямоугольном треугольнике A_2OA_3 сторона OA_2 является катетом, а угол $\angle A_2OA_3 = 60°$, причем треугольник A_2OA_3 не содержит в себе треугольник A_1OA_2. В прямоугольном треугольнике A_3OA_4 сторона OA_3 является катетом, а угол $\angle A_3OA_4 = 60°$, причем треугольник A_3OA_4 не содержит в себе треугольник A_2OA_3. По тому же принципу строятся треугольники A_4OA_5, A_5OA_6, A_6OA_7. Найдите длину отрезка A_1A_7.

2005 год

1. Разрежьте квадрат на 4 одинаковые фигурки так, чтобы в каждой фигурке было бы ровно по одной закрашенной клетке.



2. Вычислите: $\dfrac{8^5 \cdot \left(9^{14} + 2 \cdot 9^{13}\right)}{\left(3^{13}\right)^2 \cdot \left(2^{17} + 7 \cdot 2^{15}\right)}$.

3. Треугольник ABC – равнобедренный ($AB = BC$), $\angle B = 24°$. CP – биссектриса треугольника, $PK \parallel BC$ (точка K лежит на стороне AC). Найдите угол $\angle KPC$.

4. Турист прошел 50 *км* за 3 дня. Во второй день он прошел на 10 *км* меньше, чем в первый, и на 5 *км* больше, чем в третий. Сколько километров проходил турист в каждый из дней?

5. Известно, что $\dfrac{4b + a}{5a - 7b} = 2$. Какие значения может принимать выражение $\dfrac{3a^2 - 2ab + b^2}{5a^2 + 2b^2}$?

6. Петя считает пальцы от большого до мизинца, затем в обратном порядке (каждый счет приходится на другой палец), затем обратно и т.д. На какой палец придется счет 2005?

2006 год

1. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{12}{19}$.
2. Мама подарила Никите набор из десяти карточек, на каждой из которых написано по одной цифре, причем каждая цифра встречается. Какую наибольшую пару последовательных натуральных чисел Никита может составить из этих карточек?
3. Существует ли выпуклый четырехугольник $ABCD$ и точка M внутри него такие, что $MA = AB$, $MB = BC$, $MC = CD$, $MD = AD$?
4. В последовательности 1, 3, 7, ... первый член равен 1, а каждый следующий получается, если умножить предыдущий на 2 и к произведению прибавить 1. На какую цифру оканчивается 2000-й член этой последовательности?
5. Валя и Сеня выписали на доске слова ДУМА, КЕША, ДАША, КАША, ДАМА, КУМА. Теперь они хотят выписать их в столбик так, чтобы каждое следующее слово получалось из предыдущего заменой одной буквы (остальные буквы при этом остаются на своих местах)? Сколькими способами они могут это сделать?
6. Отцу 32 года, сыну 5 лет. Через сколько лет отец будет в 10 раз старше сына?

Задачи вступительных работ в 9 класс

2003 год

1. Решите уравнение: $(x^2-5x+7)-(x-2)(x-3)=1$.
2. Биссектрисы углов параллелограмма пересекаются внутри него. Докажите, что точки пересечения являются вершинами прямоугольника.
3. Решите уравнение: $\sqrt{(x-1)^2+4x}-\sqrt{(x+2)^2-8x}=-1$.
4. Упростите: $(1+\sqrt{7})^2+\sqrt{(2\sqrt{7}-10)^2}$.
5. Заплатив вместе 100 рублей, Костя и Сережа купили поровну пирожных, при этом сдача составила столько рублей, сколько купили пирожных. Больше им не хватило ни на одно пирожное. Сколько они купили пирожных? (Пирожное стоит целое число рублей.)

2004 год

1. Придумайте восьмизначное натуральное число, у которого все цифры различны, и при вычеркивании любых двух цифр останется составное число.
2. Известно, что:
$$\begin{cases} x+y+z=7 \\ x+y+t=11 \\ x+z+t=15 \\ y+z+t=3 \end{cases}$$
Вычислите $x+y+z+t$.
3. Три брата: Саша, Паша и Сережа – отправились из ФТШ домой. Саша вышел первым, а Паша последним. По дороге домой Саша обгонял других, либо его обгоняли ровно 8 раз, а Паша – 6 раз. Известно, что Саша пришел домой позже, чем Сережа. В каком порядке братья пришли домой?
4. Известно: $x^2+y^2=-z(2y+z)$. Вычислите: $(y+2z)^2-x(y^2+z)-(z-1)(z+1)$.

5. Докажите, что при всяком x число $\frac{1}{4}\left(x+|3x-2|\right)$ совпадает с наибольшим из чисел $x-\frac{1}{2}$ и $\frac{1-x}{2}$.
6. Дан треугольник KLM. Проведены биссектрисы его внешних углов L и M в той полуплоскости, где лежит точка K. Из точки K проведены перпендикуляры KA и KB на эти биссектрисы. Периметр треугольника KLM равен 5. Найдите длину отрезка AB.

2006 год

1. В прямоугольном треугольнике ABC медиана $CM = 12\ см$, а расстояние от середины катета AC до гипотенузы AB равно $3\ см$. Найти площадь треугольника ABC.
2. Решите неравенство $\left(x^2-5x+4\right)\cdot\sqrt{x^2-7x+10}\geq 0$.
3. При каком значении параметра a уравнение $\left(a+2\right)x^2+2\left(a+2\right)x+2=0$ имеет ровно один корень?
4. Физики Миша, Саша, Сережа и Андрюша вместе съели 70 бананов, причем каждому сколько-то досталось. Миша съел больше каждого из остальных, а Сережа и Саша вместе съели 45 бананов. Сколько бананов досталось Андрюше?
5. Найдите наименьшее значение выражения $(x+y)^2-2y$, если $\frac{2x}{2y+x}+\frac{y}{x}=\frac{3}{2}$.
6. Прямоугольник состоит из 12 квадратов (смотри рисунок). Найдите сумму отмеченных на рисунке углов.