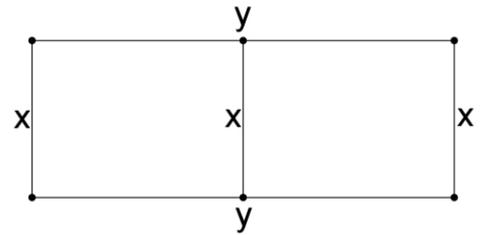


## Вступительная олимпиада в 9 класс. 2012 год

1. Расположите в порядке возрастания числа:  $9\sqrt{3} - 3\sqrt{27}$ ,  $2\sqrt{19}$ ,  $5\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{7} - 4$  (не забудьте обосновать ответ!).
2. Произведение двух натуральных чисел, каждое из которых не делится на 10, равно 1000. Найдите сумму этих чисел.
3. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет  $BC$  равен 9. На этом катете находится центр окружности радиуса 4, которая касается прямых  $AB$  и  $AC$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
4. Дорога от дома до школы занимает у Пети 20 мин. (Петя всегда идет с постоянной скоростью). Однажды по дороге в школу он вспомнил, что забыл дома ручку. Если теперь он продолжит свой путь с той же скоростью, то придет в школу за 3 мин до звонка, а если вернется домой за ручкой, то, идя с той же скоростью, опоздает к началу урока на 7 мин. Какую часть пути он прошел до того, как вспомнил о ручке?
5. При каких значениях  $a$  графики функций  $y = 2ax^2 + 2x + 1$  и  $y = x^2 + 2ax - 2$  пересекаются ровно в одной точке?
6. У Васи есть 24 одинаковые спички. Он хочет сложить из них фигуру, состоящую из двух одинаковых прямоугольников (см. рисунок) так, чтобы площадь всей фигуры была максимальной (ломать спички нельзя). Найдите  $x$  и  $y$ .



## Вступительная олимпиада в 9 класс. 2013 год

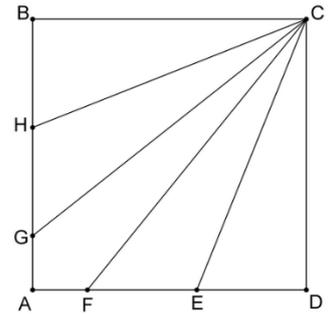
1. Если Юра идет на работу пешком, а возвращается на транспорте, то всего он на дорогу затрачивает 50 минут. Если же он в оба конца едет на транспорте, то на всю дорогу он затрачивает 20 минут. Какое время Юра затратит на дорогу, если весь путь на работу и обратно он преодолет пешком?
2. Решите неравенство  $\frac{7x+3}{x+3} \geq -\frac{2}{2(x+3)}$ .
3. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  прямой, угол  $B$  равен  $35^\circ$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  отмечены точки  $P$  и  $Q$  такие, что  $\angle PCB = 20^\circ$ ,  $\angle PAQ = 10^\circ$ . Найдите  $\angle QPC$ .
4. В системе координат через точку  $(1;1)$  проведена прямая, которая отсекает в первой четверти треугольник площади 2. Найдите уравнения всех прямых, проходящих через вершины этого треугольника, и делящих его площадь пополам.
5. Студент Валера сложил все цифры 2013-значного числа. Затем студент Максим поделил эту сумму на 239 и получил целое число. Костя тоже поделил эту сумму, но на 566, и тоже получил целое число. Докажите, что хотя бы один из них ошибся.
6. Каковы должны быть числа  $p$  и  $q$ , чтобы они (и только они!) были всеми корнями уравнения  $x^2 + px + q = 0$ ? Приведите все возможные варианты.

## Вступительная олимпиада в 9 класс. 2014 год

1. Сравните  $(2 + \sqrt{5})^2 + \sqrt{(4\sqrt{5} - 11)^2}$  и  $\sqrt{396}$ .
2. Решите неравенство  $\frac{|x-1|}{x-2} < 2$ .
3. Число  $\frac{1}{42}$  разложили в бесконечную десятичную дробь. Затем вычеркнули 2014-ю цифру после запятой, а все цифры, стоящие справа от вычеркнутой цифры, сдвинули на 1 влево. Какое число больше: новое или первоначальное?
4. В квадрате  $ABCD$  точка  $M$  – середина  $AB$ , точка  $N$  – середина  $BC$ , точка  $E$  – середина  $MN$ , точка  $F$  – середина  $ND$ , точка  $G$  – середина  $MD$ . Найдите площадь треугольника  $EFG$ , если сторона квадрата равна 8.
5. а) У Кости и Леша есть по девять одинаковых карточек с цифрами от 1 до 9. Леша выложил свои карточки в ряд по порядку (1, 2, 3, ...), а Костя выкладывает свои карточки под Лешиными так, чтобы в каждом столбике сумма чисел являлась точным квадратом (например, если под Лешиной карточкой "1" положить "3", то  $1 + 3 = 2^2$ ). Удастся ли Косте выложить все свои карточки?  
б) Удастся ли Косте выложить свои карточки, если у каждого из них есть по 11 карточек с числами от 1 до 11?

## Вступительная олимпиада в 9 класс. 2015 год

1. Придумайте два последовательных натуральных числа, сумма цифр каждого из которых делится на 11.
2. Решите неравенство  $(x - 4)\sqrt{x^2 - 7x + 10} \geq 0$ .
3. Решите уравнение  $\frac{1}{|x^2 - 5x + 6|} = \frac{|x - 1,5|}{x^2 - 5x + 6}$ .
4. Ученики ФТШ ходили в поход. Петя заметил, что 11 дней похода были дождливыми. Оля заметила, что не было такого дня, чтобы дождь был и до, и после обеда, а Костя заметил, что утром не было дождя ровно 16 раз, а вечером не было дождя 11 раз. Сколько дней длился поход?
5. Отрезки  $CH$ ,  $CG$ ,  $CF$  и  $CE$  делят квадрат  $ABCD$  на пять частей одинаковой площади. Найдите отношение  $FE : AD$ .
6. Квадратный трехчлен  $0,5x^2 - 2x - 5a + 1$  имеет два действительных корня, сумма кубов которых меньше 40. Найдите все значения параметра  $a$ , при которых выполняется это условие.



## Вступительная олимпиада в 9 класс. 2016 год

1. Найдите все значения  $x$ , при которых график каждой из двух функций

$$f(x) = x^2 - 3x \text{ и } g(x) = -\frac{1}{x+2} \text{ лежит выше графика функции } y = x.$$

2. Вася заметил, что  $\sqrt{3 + \frac{3}{8}} = 3 \cdot \sqrt{\frac{3}{8}}$ . Петя считает, что таких натуральных чисел  $a$  и  $b$ ,

$$\text{что } \sqrt{a + \frac{a}{b}} = a \cdot \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ больше не существует. Прав ли он?}$$

3. Три ученика лицея ФТШ ехали в разных вагонах одного и того же поезда метро. Подъезжая к станции "Выборгская", каждый из них стал подсчитывать количество колонн, мимо которых он проехал. Один насчитал 15 колонн, второй – 12, и третий – 7 колонн. Когда поезд опять стал двигаться, они начали считать оставшиеся колонны, причем один из них насчитал в три раза больше колонн, чем другой. Сколько насчитал оставшийся ученик?

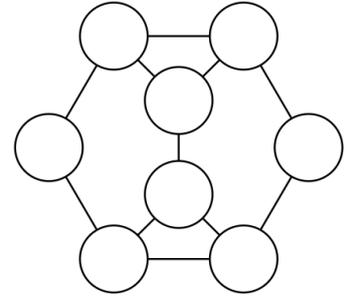
4. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  в три раза больше угла  $A$ . На стороне  $AB$  взята такая точка  $D$ , что  $BD = BC$ . Найдите  $CD$ , если  $AD = 4$ .

5. Василию, Петру, Семену и их женам Наталье, Ирине, Анне вместе 151 год. Каждый муж старше своей жены на 5 лет. Василий на 1 год старше Ирины. Наталье и Василию вместе 48 лет, Семену и Наталье вместе 52 года. Кто на ком женат, и сколько кому лет? (Возраст должен быть выражен в целых числах).

6. Найти три числа  $a, b$  и  $c$ , если известно, что их сумма равна 4, а квадратное уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  имеет единственный корень  $x = 3$ .

## Вступительная олимпиада в 9 класс. 2017 год

1. Расставьте в кружки на картинке числа от 2 до 9 (без повторений) так, чтобы никакое число не делило бы нацело ни одного из своих соседей.



2. Три бегуна, Андрей, Борис и Саша, соревновались в беге на 100 метров. Когда Андрей добежал до финиша, Борис отставал от него на 10 метров. Когда Борис добежал до финиша, Саша отставал от него на 10 метров. На сколько метров отставал Саша от Андрея в тот момент, когда Андрей финишировал?

3. Решите систему уравнений: 
$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 15, \\ x^2 - y^2 = 3. \end{cases}$$

4. Даны натуральные числа  $a, b, c$ . Известно, что четыре числа:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ ,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$ ,  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ ,  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$ , являются целыми. Докажите, что хотя бы одно из чисел  $a, b$  или  $c$  равно 1.

5. В треугольнике  $ABC$   $AB = BC = 1$ ,  $\angle ABC = 36^\circ$ . Биссектрисы  $AK$  и  $CM$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите периметр треугольника  $AMO$ .

6. Найдите максимальное значение выражения  $xу$ , если  $x + y = 1$ .

## Вступительная олимпиада в 9 класс. 2018 год

1. Решите неравенство  $\left(\frac{x-20}{2}\right)^2 \geq \left(\frac{9x-5}{3}\right)^2$ .
2. Два угла треугольника равны  $100^\circ$  и  $60^\circ$ . Покажите, как его разрезать на два равнобедренных треугольника.
3. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катеты  $AC$  и  $BC$  равны 6 и 8. На высоте  $CH$  выбраны точки  $M$  и  $N$  так, что площадь закрашенной части равна 19. Найдите  $MN$ .
4. В волшебных шахматах все фигуры умеют говорить, причем белые фигуры всегда врут, а черные – всегда говорят правду. На каждой клетке доски  $4 \times 4$  стоит по фигуре, причем среди них есть и белые, и черные. Каждая фигура по очереди говорит: "Среди моих соседей поровну белых и черных фигур". Сколько среди них белых фигур, если соседними называются клетки, имеющие общую сторону?
5. При каких значениях параметра  $a$  расстояние между корнями уравнения  $x^2 - (a + 1)x + a = 0$  больше  $\sqrt{3}$ ?
6. Винни-Пух и Пятачок сели за стол немного подкрепиться и начали одновременно есть мед из одного горшка, не отвлекаясь на разговоры. Если бы Винни-Пух ел со скоростью Пятачка, то процесс еды длился бы на 4 минуты дольше, а если бы, наоборот, Пятачок ел со скоростью Винни-Пуха – то сократился бы на 1 минуту. За какое время мед из горшка был полностью съеден?

